1. Diga que relações lógicas existem entre as seguintes proposições:

   (a) Todos os marcianos falam inglês.

   (b) Todos os marcianos não falam inglês.

   (c) Nenhum marciano fala inglês.

   (d) Alguns marcianos não falam inglês.

   (e) Há marcianos que falam inglês.

2. Negue as seguintes afirmações:

   (a) Chove e não neva.

   (b) Chove ou neva.

   (c) Como chove, molho-me.

   (d) Se chove, neva e molho-me.

   (e) Sempre que chove neva.

   (f) Quando chove todas as pessoas se molham.

   (g) Se chover, sempre que fores ao cinema eu vou contigo.

   (h) Há chuva que não molha.

   (i) Toda a chuva que molha é fria.

   (j) Todos as pessoas que andam à chuva molham-se.

3. Traduza, à custa das operações de negação, conjunção e disjunção, as operações lógicas: disjunção exclusiva, implicação, equivalência, incompatibilidade e negação conexa.

4. Confirme, por meio de tabelas, as seguintes propriedades das operações lógicas:

   (a) $a\wedge(b\vee c) = (a\wedge b)\vee(a\wedge c)$

   (b) $a\vee(b\wedge c) = (a\vee b)\wedge(a\vee c)$

   (c) $\sim (a\wedge b) =\sim a\vee \sim b$

   (d) $\sim (a\vee b) =\sim a\wedge \sim b$

5. Verifique a validade das igualdades:

   (a) $(a \Longrightarrow b) = (\sim b \Longrightarrow \sim a)$

   (b) $[\sim (a \Longrightarrow b)] = (a \wedge \sim b)$

   (c) $(a \Longleftrightarrow b) = [(a \wedge b) \vee (\sim a \wedge \sim b)]$

   (d) $(a \Longleftrightarrow b) = [\sim (a \dot{\vee} b)]$

6. Verifique se as seguintes fórmulas são contradições:

   (a) $(a \Longrightarrow b) \wedge (\sim b \wedge a)$

   (b) $\sim [(\sim a \wedge b) \vee (a \vee \sim b)]$

   (c) $a \vee (b \wedge \sim a)$

7. Verifique se as seguintes fórmulas são tautologias:

   (a) $(\sim a \vee b) \wedge a$

   (b) $(\sim a \wedge \sim b) \vee a \vee b$

8. Simplifique as expressões:

   (a) $[a \wedge (\sim a \vee \sim b)] \vee (b \wedge \sim a)$

   (b) $\sim (\sim a \vee b) \wedge \sim [a \wedge (b \wedge \sim a)]$

   (c) $a \Longrightarrow [a \wedge (b \vee c)]$

   (d) $\sim [(a \Longrightarrow \sim b) \vee \sim (\sim a \Longrightarrow b)]$

   (e) $(a \Longleftrightarrow b) \wedge \sim (a \vee b)$

   (f) $[(a \wedge b) \vee (\sim a \wedge \sim b)] \Longleftrightarrow (a \Longleftrightarrow b)$

9. Em cada um dos casos seguintes, que outros valores de verdade podem ser deduzidos a partir dos dados?

$\sim a \vee (a \Longrightarrow b))$	$\sim (a \wedge b) \Longleftrightarrow (\sim a \vee \sim b)$	$(\sim a \vee b) \Longrightarrow (a \Longrightarrow \sim c)$
0	1	0

10. Num romance policial que envolve o roubo de um colar e um assassínio, sabe-se que o Jack só pode ser o assassino ou o detective mas não ambas as coisas e se o Jack não é o assassino então é o ladrão do colar. Sabe-se ainda que o Jack não pode ser, simultaneamente, o ladrão e o detective. Logo o Jack é o assassino. Estude a validade deste raciocínio.

11. Verifique se são correctos os seguintes raciocínios:

    (a) Ou o Aldo está a mentir ou o Barbosa estava no México em Abril ou o Castilho não era chantagista. Se o Barbosa não estava no México em Abril então ou o Aldo está a dizer a verdade ou o Castilho era um chantagista. Logo o Barbosa deve ter estado no México em Abril.

    (b) Se o orçamento não for cortado, uma condição necessária e suficiente para os preços permanecerem estáveis é que os impostos sejam aumentados. Os impostos serão aumentados somente se o orçamento não for cortado. Se os preços permanecem estáveis, os impostos não serão aumentados. Portanto os impostos não serão aumentados.

    (c) Se U é subespaço de V então U é subconjunto de V, U contém o vector zero e U é fechado. U é subconjunto de V e, se U é fechado então U contém o vector zero. Logo se U é fechado então U é subespaço de V.

12. Sabendo que: $\begin{cases} \text{p = Está frio} \\ \text{q = Neva} \\ \text{r = Uso luvas} \end{cases}$ traduza, em linguagem verbal, os seguintes argumentos e verifique a sua validade:

    (a) $$\begin{array}{r} p\dot{\vee}q \\ \sim q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{r} p \Longrightarrow q \\ \sim r \Longrightarrow \sim q \\ \hline \therefore \sim r \Longrightarrow \sim p \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{l} p \Longrightarrow q \\ r \vee \sim q \\ \hline \therefore \sim p \vee r \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{r} \sim r \dot{\vee} q \\ \sim p \Longrightarrow \sim q \\ \hline \therefore \sim r \vee p \end{array}$$

(e)
$$\begin{array}{r} p \dot{\vee} \sim q \\ r \Longrightarrow \sim p \\ \hline \therefore q \Longrightarrow \sim r \end{array}$$

(f)
$$\begin{array}{r} \sim p \dot{\vee} q \\ \sim p \Longrightarrow \sim q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

(g)
$$\begin{array}{r} p \Longrightarrow q \\ \sim q \vee p \\ \sim q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

(h)
$$\begin{array}{r} p \Longleftrightarrow q \\ \sim p \Longrightarrow \sim r \\ \sim r \\ \hline \therefore q \end{array}$$

13. Mostre que as fórmulas proposicionais $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ e $p \Longleftrightarrow q$ são logicamente equivalentes.

14. Encontre uma fórmula que use apenas os conectivos $\wedge$, $\vee$ e $\sim$, seja uma disjunção de conjunções e tenha a tabela de verdade:

(a)

p_1	p_2	p_3	
1	1	1	0
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	0	0

(b)

p_1	p_2	p_3	
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	1

15. Considere os símbolos proposicionais p, q, t e a fórmula

$$A = (p \Longrightarrow \sim q \vee t) \wedge q \Longrightarrow (p \Longrightarrow t).$$

(a) Construa a tabela de verdade de A.

(b) Verifique se as fórmulas $(p \Longrightarrow \sim q \vee t) \wedge q$ e $p \Longrightarrow t$ são equivalentes.

(c) Verifique se está correcta a argumentação: se $p \Longrightarrow \sim q \vee t$ e q então $p \Longrightarrow t$.

16. Seja H o conjunto de todos os homens. Traduza por meio de expressões quantificadas, as seguintes proposições:

(a) Todos os homens são portugueses.

(b) Existe pelo menos um português.

(c) Nenhum homem é português.

17. Seja H o conjunto de todos os homens. Traduza, em linguagem corrente, as seguintes proposições:

(a) $\exists x \in H : x$ foi à Lua.

(b) $\forall x \in H, x$ foi à Lua.

(c) $\sim \exists x \in H : x$ foi à Lua.

18. Negue as proposições:

(a) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 5 \neq 0$.

(b) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 < 0$.

(c) $\forall x \in \mathbb{N}, x$ é um número primo.

(d) $\exists x \in \mathbb{N} : x$ é divisível por $5 \wedge x$ é múltiplo de 6.

(e) $\exists x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N} : x \leq \; y \wedge y > 4$.

(f) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N} : x + y = x \wedge xy = 0$.

(g) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x > 2 \vee y - 2 \neq 7$.

(h) $\exists x \in \mathbb{N} : \forall y \in \mathbb{N}, x > 2y$.

19. Sendo H o conjunto de todos os homens e M o conjunto de todas as mulheres, traduza em linguagem corrente, as seguintes proposições:

(a) $\forall x \in H, \exists y \in M : x$ é pai de y.

(b) $\exists x \in H : \forall y \in M, x$ é pai de y.

(c) $\exists x \in H, \exists y \in M : x$ é pai de y.

(d) $\forall x \in H, \forall y \in M, x$ é pai de y.

(e) $\exists x \in H : \forall y \in M, x$ não é pai de y.

(f) $\forall x \in H, \exists y \in M : x$ não é pai de y.