

JUSTIFIQUE TODAS AS RESPOSTAS

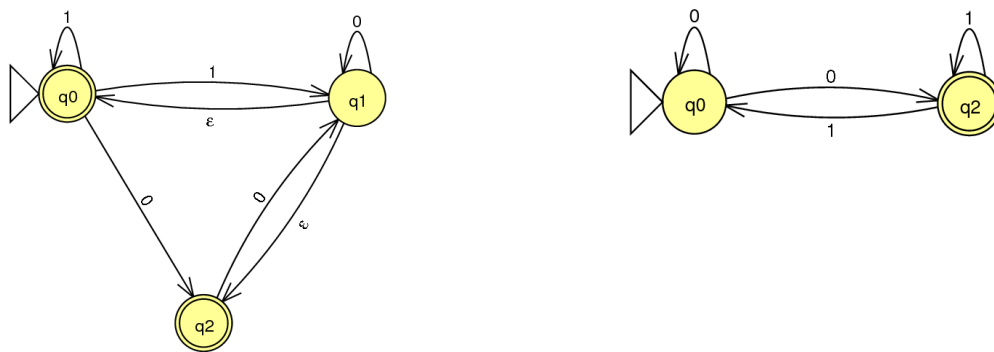


Figura 1: AFND's para o exercício 1.

1. Considere os dois autómatos finitos não-determinísticos representados na Figura 1, onde M_1 é o autómato da esquerda e M_2 é o autómato da direita.
 - (a) Indique, se possível, uma expressão regular associada a $L(M_1)$. (1,5 val.)
 - (b) Se possível, determine um autómato finito **determinístico** N tal que $L(N) = L(M_1)$. (1,5 val.)
 - (c) Construa, se possível, um autómato finito não-determinístico que reconheça a linguagem $(L(M_2) \circ L(M_2) \cup L(M_1))^*$. (1,0 val.)
2. Imagine um cavaleiro andante numa peregrinação por uma terra povoada de criaturas amigáveis (C) e infestada de dragões (D) e vampiros (V). Inicia a sua viagem sem armas, mas pode recolher pelo caminho espadas encantadas (\rightarrow), que matam dragões, e amuletos (A), que encantam vampiros. Infelizmente, só pode carregar uma arma de cada vez (se encontrar uma nova arma, larga a antiga e fica com a nova), e a arma torna-se logo ineficaz após o seu uso. Descreva um **autómato finito determinístico** que aceite uma viagem (uma palavra de $\{A, C, D, V, \rightarrow\}^*$) se e só se o cavaleiro sobrevive (por exemplo, na viagem $C \rightarrow CDA \rightarrow CD$ o cavaleiro sobrevive, mas já na viagem $C \rightarrow CDA \rightarrow CDV$ ele não sobrevive, pois não dispõe de amuletos para derrotar o vampiro que encontra no fim). (1,5 val.)
3. Quais das seguintes afirmações são verdadeiras? (não se esqueça de justificar as respostas!)
 - (a) A linguagem $A = \{\triangle^k \diamond^k \in \{\triangle, \diamond\}^* | k \in \mathbb{N}_0\}$ é regular. (1,5 val.)
 - (b) A linguagem A definida na alínea anterior é reconhecida por um autómato de pilha. (1,0 val.)
 - (c) A linguagem A definida na alínea a) é recursivamente enumerável. (1,0 val.)
 - (d) Existe uma linguagem $B \in P$ tal que B não está associada a nenhuma expressão regular. (1,0 val.)
 - (e) Se $P = NP$, então a linguagem do problema da paragem é recursiva. (1,0 val.)

(continua \implies)

4. Se possível, construa um **autômato finito não-determinístico** que reconheça a linguagem

$$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ representa um número binário cujo resto da divisão inteira por } 5 \text{ é } 2\}$$

Por exemplo $0111 \notin L$ (0111 não representa um número binário por ter o 0 à esquerda), $110 \notin L$ (o resto da divisão inteira de 6 por 5 é 1), mas $111 \in L$ (o resto da divisão inteira de 7 por 5 é 2). (1,5 val.)

5. Se possível, dê exemplos de:

- (a) Uma gramática livre de contexto associada à linguagem $L = \{0^n 1^n \in \{0, 1\}^* \mid n \in \mathbb{N}_0\} \cap \{1^n 0^n \in \{0, 1\}^* \mid n \in \mathbb{N}_0\}$. (1,0 val.)
- (b) Um diagrama que descreva uma máquina de Turing não-determinística que reconheça a linguagem (1,5 val.)

$$L = \{0^n 1^n 0^k \in \{0, 1\}^* \mid n, k \in \mathbb{N}_0\}.$$

- (c) Uma gramática livre de contexto associada à linguagem L definida na alínea anterior. (1,0 val.)
- (d) Uma linguagem $A \in NP$ tal que $SAT \leq_P A$. (1,0 val.)
- (e) Uma linguagem NP -completa A tal que $Halt \leq_P A$, onde $Halt$ é a linguagem do problema da paragem. (1,0 val.)
6. Dado um grafo G , é possível *colorir* cada vértice com uma cor. Por exemplo, num grafo com 3 vértices, podemos colorir o vértice 1 com a cor verde, o vértice 2 com a cor vermelha, e o vértice 3 com a cor verde novamente. Considere a linguagem

$3-COLOR = \{\langle G \rangle \mid \text{onde } G \text{ é um grafo não-orientado} \mid \text{é possível colorir os vértices de } G \text{ com três cores } V \text{ (verde), } A \text{ (azul), } E \text{ (encarnado) de modo a que dois vértices adjacentes de } G \text{ tenham sempre cores diferentes}\}$

Por exemplo se G_1 for o grafo da esquerda da Figura 2 e G_2 o grafo da direita, então $\langle G_1 \rangle \in 3-COLOR$ (por exemplo, basta colorir os vértices 1 e 2 com a cor A , o vértice 3 com a cor V , e o vértice 4 com a cor E), enquanto que $\langle G_2 \rangle \notin 3-COLOR$. Mostre que $3-COLOR \in NP$. (2,0 val.)

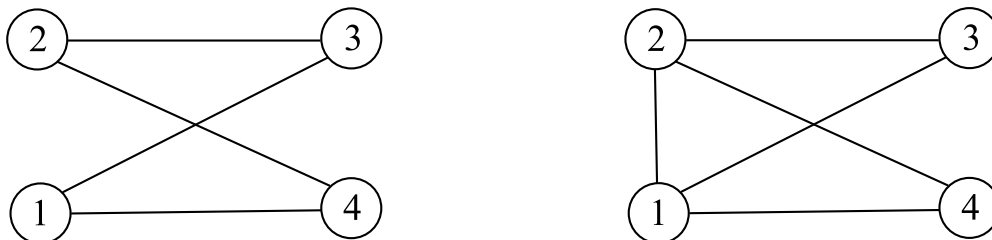


Figura 2: Exemplos de grafos para o exercício 6.