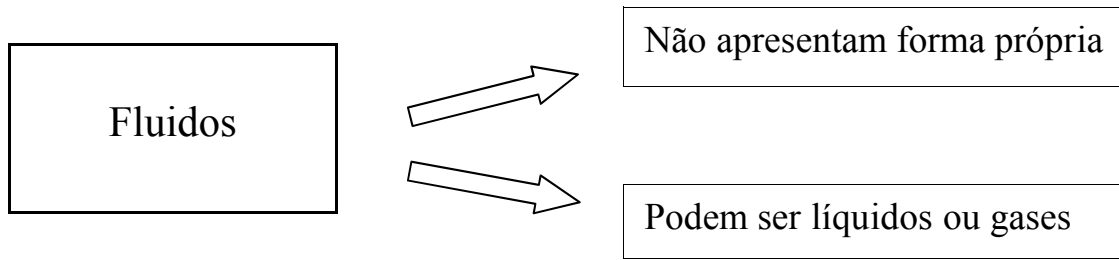


COMPLEMENTOS DE FLUIDOS



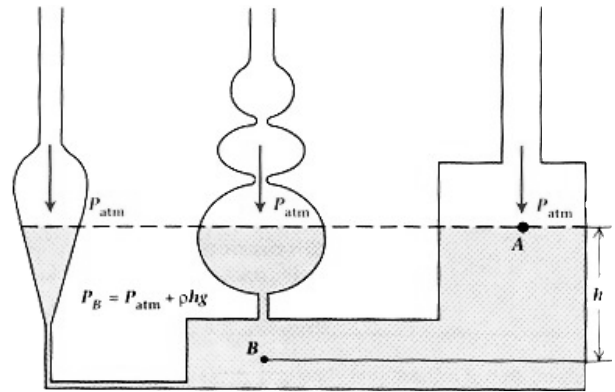
APLICAÇÕES DA HIDROSTÁTICA AO CORPO HUMANO

- Uma grandeza muito importante para o estudo dos fluidos é a pressão (unidade SI - Pascal):

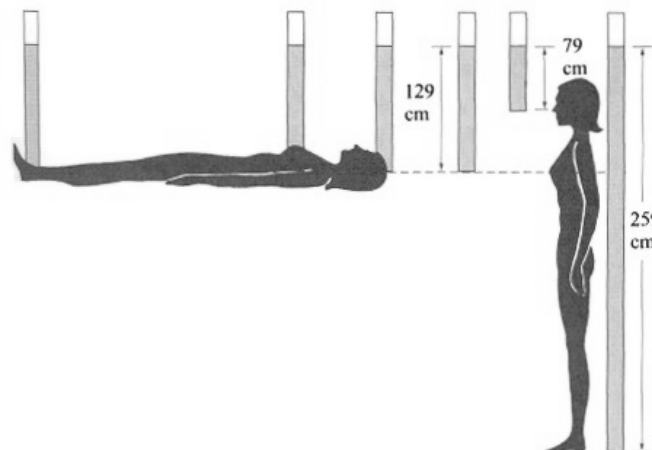
$$P \equiv \frac{F}{A}$$

- A esta grandeza está ainda associado um relevante princípio - Princípio de Pascal - cujo enunciado é: “A pressão aplicada num ponto no interior de um fluido é transmitida, sem perdas, a qualquer outro ponto do fluido e às paredes do recipiente no qual este se encontra”. Como consequência, pode escrever-se, matematicamente:

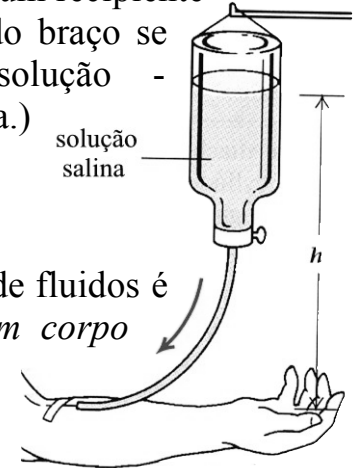
$$P_B = P_A + \rho gh$$



- Este princípio é aplicável à pressão sanguínea, desde que sejam feitas algumas aproximações... (Repare-se que a expressão anterior é válida para fluidos em repouso. e o sangue encontra-se em movimento...)



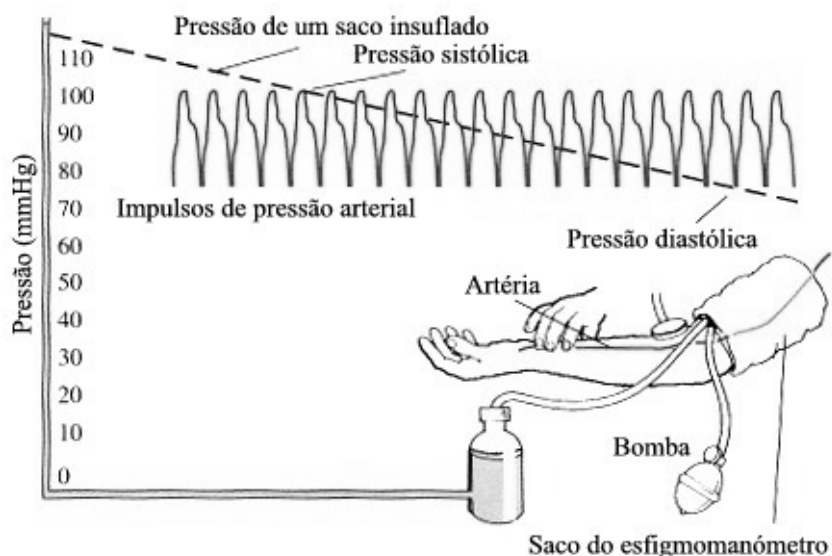
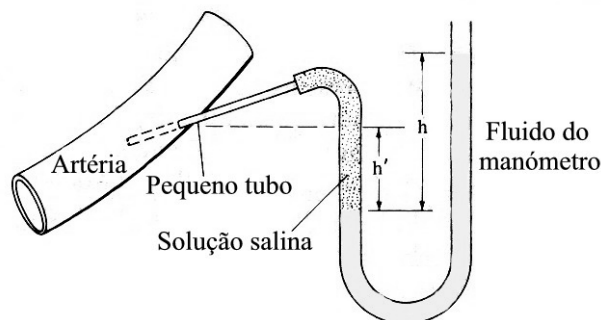
- Com base neste princípio, estime-se qual a altura a que um recipiente contendo uma solução salina a ser injectada na veia do braço se deve colocar. (Considere-se a densidade da solução $\rho = 1 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ e a pressão sanguínea $2.4 \times 10^3 \text{ Pa}$.) (Resposta: superior a 24.5 cm.)



- Um outro princípio relacionado com o comportamento de fluidos é o Princípio de Arquimedes, que estabelece que: *“Um corpo parcial ou totalmente submerso num fluido fica sujeito a uma força vertical, de baixo para cima, de valor igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo.”*
- Determine-se, por exemplo, a força necessária para que um indivíduo mantenha 5% do seu corpo fora da água. (Considere-se a massa do indivíduo 50 kg, e a densidade da corpo igual à da água: $1 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$) (Resposta: 24.5 N)

MEDIÇÃO DA PRESSÃO ARTERIAL

- Há essencialmente duas formas de medir a pressão arterial: invasivamente:

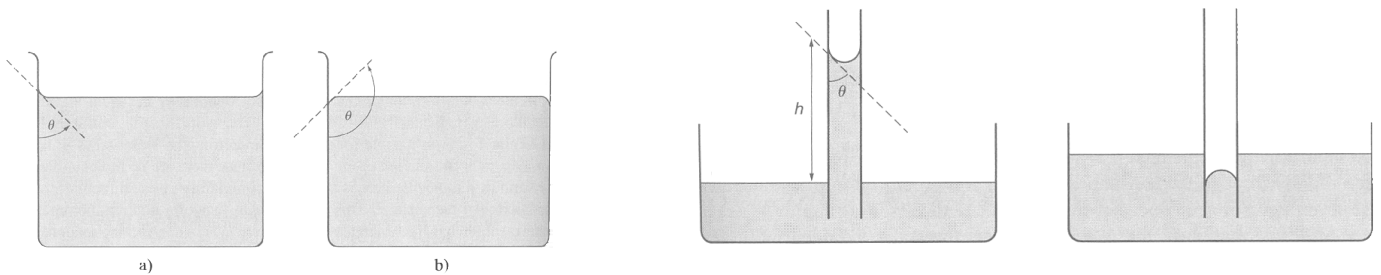


TENSÃO SUPERFICIAL E CAPILARIDADE

- As forças de coesão de um líquido são as responsáveis por este se manter num estado condensado.
- O somatório das forças de coesão aplicadas a uma molécula no interior do líquido é zero. No entanto, isso já não acontece numa molécula à superfície, ficando esta sujeita a uma força do exterior para o interior que obriga à compressão da superfície do líquido.
- Uma forma de formalizar este fenómeno é considerar a superfície de um líquido como uma membrana sujeita a uma determinada tensão - tensão superficial.
- A definição de tensão superficial é dada através do seguinte enunciado: *“Considere-se um segmento de recta, l , numa dada direcção sobre a superfície livre do líquido e F a força mínima perpendicular a esse segmento que é necessário aplicar ao segmento para que a área da superfície do líquido sofra deformação, a tensão superficial será, então, dada pela razão”.*

$$\sigma \equiv \frac{F}{l}$$

- Um fenómeno relacionado com a tensão superficial é a capilaridade. Ou seja a tendência que o líquido sofre para subir ou para descer ao longo da superfície do recipiente que o contém.



- Calcule-se a altura da coluna de líquido representada na figura anterior em função da tensão superficial, do raio do tubo, da densidade do líquido e do ângulo de contacto. Verificar-se-á que:

$$\frac{2T \cos\theta}{\rho g R}$$

- Uma consequência interessante da tensão de superficialidade é o facto de as bolhas e as gotas terem formas esféricas. Este fenómeno é compreendido tendo em atenção que a tensão superficial pode ser interpretada como uma energia por unidade de área.

- Ainda relacionada com este aspecto está a Lei de Laplace que estabelece a diferença de pressões entre o interior e o exterior de bolhas e de gotas. Observa-se, então, que a diferença de pressões para o caso das gotas cumpre:

$$P_i - P_o = \frac{2\sigma}{r}$$

- ... e no caso de bolhas:

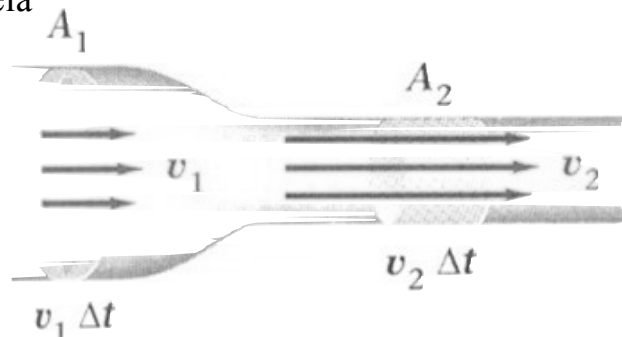
$$P_i - P_o = \frac{4\sigma}{r}$$

- Estas expressões implicam situações curiosas... Quando o raio de uma bolha aumenta, a pressão no interior aumenta ou diminui? O que acontece quando se tenta encher um balão com outro que se encontre mais cheio?
- Neste ponto, torna-se interessante discutir o que se passa ao nível dos alvéolos pulmonares e do papel do surfactante que recobre as paredes internas dos mesmos...

APLICAÇÕES DA HIDRODINÂMICA AO CORPO HUMANO

- A equação de continuidade deriva da conservação da massa, é válida para fluidos ideais (sem viscosidade e incompressíveis), para escoamentos laminares e não rotacionais e é representada pela expressão:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$



- Considerando a definição de caudal:

$$Q \equiv vA$$

é possível enunciar a equação de continuidade dizendo que: “O caudal de um escoamento laminar e não rotacional, de um fluido ideal é constante qualquer que seja a secção que se considere.”.

- Para fluidos ideais e escoamentos laminares, a equação mais utilizada no domínio da hidrodinâmica é a Equação de Bernoulli, que é baseada no princípio da conservação da energia e é matematicamente representada através da expressão:

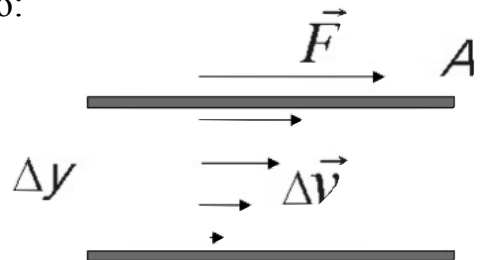
$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = c^{te}$$

- Aplicando esta equação à circulação sanguínea, verifica-se que se a medida de pressão for realizada em artérias com diâmetro semelhante, recupera-se a equação que representa o princípio de Pascal.

MOVIMENTO DE FLUIDOS VISCOSOS

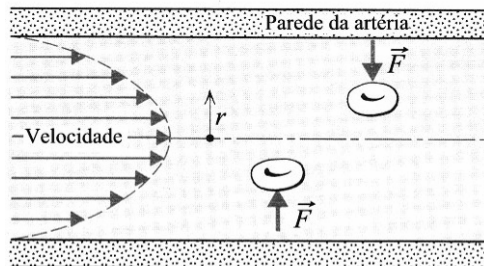
- Considere-se duas lâminas separadas por uma fina camada de fluido de espessura Δy . Mantendo-se a lâmina de baixo fixa e aplicando-se uma força F na lâmina de cima, verifica-se que se estabelece-se uma variação da velocidade do fluido, Δv , à medida que se consideram camadas sucessivas do fluido. Se A for a área de cada uma das lâminas, verifica-se a seguinte relação:

$$F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta y}$$



sendo η a viscosidade do fluido.

- A consequência mais visível da viscosidade de um fluido é o seu perfil de velocidades no interior de um tubo:



- A equação de Bernoulli é, então, substituída pela expressão:

$$v = \frac{1}{4\eta l} (P_1 - P_2)(a^2 - r^2)$$

- Ou, reescrevendo-a de uma outra forma, encontra-se a Lei de Poiseuille:

$$Q = \frac{\pi a^4}{8\eta l} (P_1 - P_2)$$

- A viscosidade determina ainda o tipo de escoamento que os fluidos apresentam. O número de Reynolds é um valor adimensional, obtido empiricamente, e através do qual se prevê se determinado fluxo será laminar ou turbulento:

$$\Re = \frac{2\rho a \bar{v}}{\eta}$$

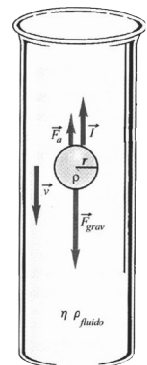
$\Re < 2000$ – fluxos laminares
 $2000 < \Re < 3000$ – fluxos instáveis

- As expressões anteriores relacionam-se com a circulação de fluidos, no entanto, um outro ponto de interesse se coloca: quando o fluido é viscoso, também um objecto que se coloque em movimento no interior do líquido sofre forças de atrito.
- Neste caso, estabelece-se um outro número de Reynolds, que varia com a geometria do problema e que avalia o tipo de força de atrito a que um objecto no interior do fluido fica sujeito. Por exemplo, para um objecto esférico numa coluna suficientemente larga que se possa desprezar os efeitos das paredes do recipiente, calcula-se o número de Reynolds através da expressão:

$$\Re = \frac{\rho r v}{\eta}$$

caso \Re seja menor do que 1, a força de atrito sofrida pelo objecto, cumpre a relação:

$$F_a = 6\pi\eta r v$$



- Nestas condições, é fácil perceber que existe uma velocidade limite, a partir da qual o objecto não sofre aceleração (mantém a sua velocidade). Partindo, então, da equação do equilíbrio, encontra-se a seguinte expressão para o valor da velocidade limite:

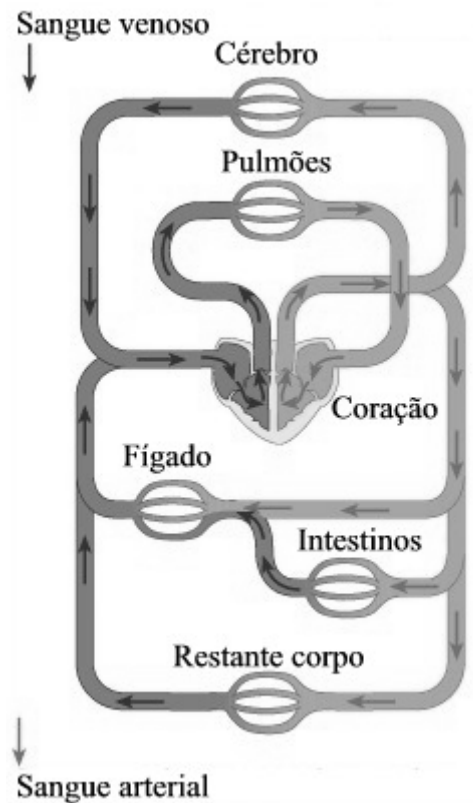
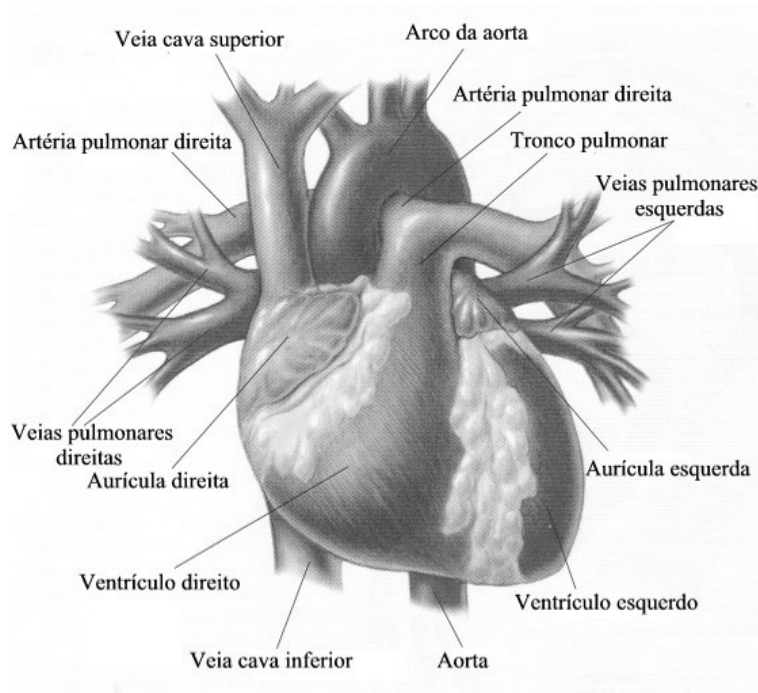
$$v = \frac{2r^2 g}{9\eta} (\rho_{obj} - \rho_{fluido})$$

- No caso em que o Número de Reynolds seja maior do que 1, a força de atrito é proporcional ao quadrado da velocidade e independente da viscosidade do líquido:

$$F_a = C_D \pi r^2 \frac{\rho_{fluido} v^2}{2}$$

ASPECTOS DA CIRCULAÇÃO SANGUÍNEA

- Para aplicar alguns dos conceitos referidos anteriormente à circulação sanguínea é necessário ter-se presente a forma como esta se processa.



- Além disso é necessário fazerem-se algumas aproximações e medir algumas grandezas:
 - 1) assume-se que o sangue é um fluido homogéneo;
 - 2) não se considera a elasticidade dos vasos sanguíneos;
 - 3) considera-se a densidade do sangue - $\rho = 1.0595 \times 10^3 \text{ Kg m}^{-3}$
 - 4) considera-se a viscosidade do sangue - $\eta = 4 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$
- A primeira pergunta a responder será: “O fluxo sanguíneo é habitualmente turbulento?” (Considere-se: $Q = 8 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$; $d_{\text{aorta}} = 2 \text{ cm}$).
- Sendo o número de Reynolds cerca de 1325, conclui-se que em situações normais o fluxo sanguíneo será laminar.
- Outra questão a responder será: “Qual a diferença de pressão entre as extremidades da artéria aorta?” (Admita que o comprimento da aorta é cerca de 40 cm) (Resposta: 32.6 Pa).
- Então: “Qual será a velocidade máxima do sangue nesta artéria?” (Resposta: 0.5 m s^{-1}).
- Com base nos dados anteriores consegue perceber como surge a arteriosclerose.
- E qual será a consequência, em termos de caudal, de uma arteríola diminuir o seu raio de apenas 20 %?