UNIVERSIDADE DO ALGARVE

APONTAMENTOS DE FÍSICA DAS RADIAÇÕES

Curso de Radiologia

Escola Superior de Saúde de Faro

2008/2009 – 1º semestre

Docente (aulas teóricas): Carla Quintão Silva

Docente (práticas laboratoriais): José Mariano

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

DA FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DA DISCIPLINA DE FÍSICA DAS RADIAÇÕES

CURSO DE RADIOLOGIA

1º SEMESTRE 2008/2009

Docente: Carla Quintão Silva

1. Revisão de alguns conceitos de electricidade
    1.1. Força de Coulomb
    1.2. Campo eléctrico
    1.3. Diferença de potencial
    1.4. Campo magnético
    1.5. Corrente eléctrica
    1.6. Lei de Faraday
    1.7. Componentes eléctricos
    1.8. Transformadores

2. Equipamentos,
    2.1. Sistemas de medida e de controlo
    2.2. O uso de computadores nos equipamentos médicos

3. Estrutura atómica da matéria
    3.1. Breve contextualização histórica do aparecimento dos modelos atómicos
    3.2. Os modelos atómicos desde o de Thomson até à actualidade
    3.3. O espectro electromagnético
    3.4. Interacção da radiação com a matéria
    3.5. Atenuação da radiação ao atravessar os tecidos humanos
    3.6. O espectro de raios-X
    3.7. Lei do inverso do quadrado

4. Grandezas e unidades utilizadas em Radiologia

5. Equipamentos de raios-X
    5.1. O tubo de raios-X
    5.2. Os detectores
    5.3. Grelhas ou colimadores
    5.4. Filmes
    5.5. Cintiladores
    5.6. Radiografia digital

6. Qualidade das imagens
    5.1. Factores geométricos
    5.2. Factores referentes ao sujeito
    5.3. Factores relativos ao receptor
    5.4. Movimentos indesejáveis

FÍSICA DAS RADIAÇÕES

Introdução

A disciplina de Física das Radiações do curso de Radiologia tem como principal objectivo assegurar que os alunos ficam com uma adequada formação referente aos conceitos, leis e natureza das radiações electromagnéticas, com especial destaque, dado o enquadramento do curso, à gama dos raios-X, radioactividade e lasers. No plano de estudos, ela segue-se às disciplinas de Física Aplicada onde são ministradas algumas das áreas mais relevantes da Física Básica e à disciplina de Biofísica onde algumas dessas noções são aplicadas especificamente ao corpo humano e onde são abordadas também algumas novas matérias como a Termodinâmica, a Acústica e a Óptica (ou seja, onde já é discutido parte do espectro electromagnético – infravermelho, visível e ultravioleta e onde são referidas as formas de representação das ondas). Assim, pressupõe-se que os alunos estão já familiarizados com a linguagem científica relacionada com a Física e com as ferramentas matemáticas necessárias à compreensão dos conteúdos que se seguem.

Espera-se que a leitura destes apontamentos permita uma primeira abordagem aos temas discutidos nas aulas, abrindo perspectivas para explorações mais aprofundadas de cada um deles. Ou seja, assume-se que a sua leitura não é o suficiente para ter sucesso na disciplina e será desejável que os alunos consultem a bibliografia recomendada.

1. Revisão de alguns conceitos de electricidade

Dada a importância que se reveste a compreensão detalhada do funcionamento de um transformador na construção de um tubo de raios-X, este primeira capítulo é uma revisão sobre alguns conceitos de electricidade, culminando, precisamente, na compreensão do funcionamento de um transformador

1.1. Força de Coulomb

Pode dizer-se que os fenómenos eléctricos começaram a ser estudados a partir da observação das **forças** existentes entre materiais *electrizados*[1]. A origem destas forças é compreendida aceitando a presença de cargas eléctricas que poderão ser positivas ou negativas. Duas cargas de igual sinal repelem-se, enquanto que cargas de sinal contrário se atraem (ver Figura 1), sendo a intensidade da força entre duas cargas pontuais dada pela Lei de Coulomb:

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

Equação 1

onde q_1 e q_2 representam o valor das cargas em coulomb (C), r é a distância entre as cargas em metros (m) e k_e a constante de Coulomb: 8.9875 x 10^9 N m^2 C^{-2}.

[1] É do conhecimento geral, que uma vara de borracha friccionada com um pano de seda exibe a capacidade de atrair pequenos pedaços de papel, por exemplo. Esta observação deu origem à definição de carga eléctrica e à classificação dos materiais que apresentam excesso de cargas (positivas ou negativas), como materiais electrizados.

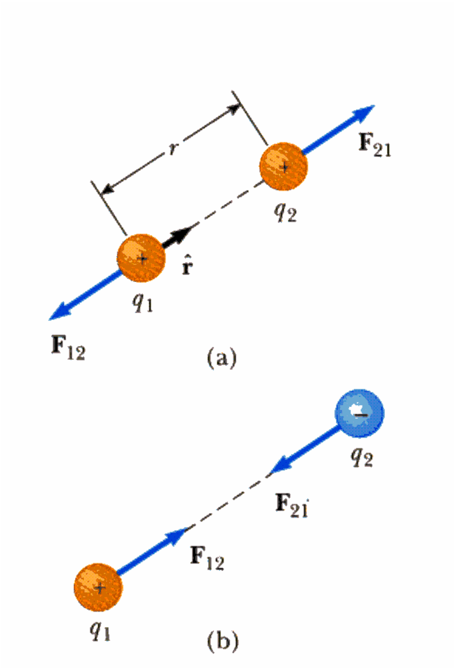

Figura 1 – Ilustração da Lei de Coulomb: q_1 e q_2 são duas cargas genéricas, onde em (a) têm ambas o mesmo sinal e em (b) têm sinais contrários e$F_{1,2}$ e $F_{2,1}$ são respectivamente as forças que a carga 2 exerce sobre a carga 1 e que a carga 1 exerce sobre a carga 2. (Retirado de R.A. Serway, 1996.)

1.2. Campo eléctrico

Embora os efeitos dessas forças só possam ser sentidos quando duas ou mais cargas se encontram na presença umas das outras, admite-se que uma única carga cria um **campo** em seu redor, cuja expressão é:

$$E = k_e \frac{q}{r^2} ,$$

Equação 2

onde q é a carga geradora do campo, considerada pontual, e r a distância entre a carga e o ponto de medida (ver Figura 2). Os efeitos deste campo podem, pois, ser interpretados da seguinte forma: uma carga de 1 C que seja colocada numa região na qual está estabelecido um campo de 1 N C^{-1}, fica sujeita a uma força de 1 N.

Uma forma simples de idealizar um campo eléctrico é pensar-se que este mede o efeito que a presença de uma carga provoca num qualquer ponto do espaço. Ou seja, pode entender-se como uma 'força em potência', no sentido em que se for colocada uma outra carga eléctrica nesse ponto do espaço, esta sofrerá uma força, à qual não ficaria sujeita se a primeira carga não tivesse sido lá colocada. E, neste contexto é evidentemente, uma grandeza vectorial, tal como as forças.

Quanto à relação existente entre o campo eléctrico e a força eléctrica ela vem dada pela Equação 3:

$$\vec{F} = q\vec{E} .$$

Equação 3

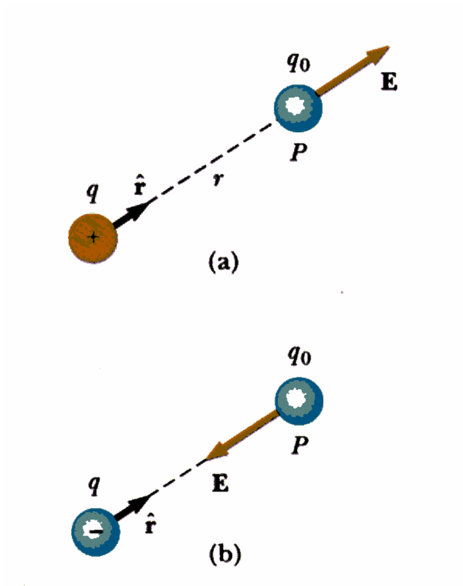

Figura 2 – Ilustração do vector campo eléctrico (E), onde *q* é a carga geradora do campo e q_0 a carga de prova. Em (a) a carga geradora é positiva, enquanto que em (b) é negativa. r é o versor da direcção do campo, enquanto que *P* é um ponto genérico no espaço. (Retirado de R.A. Serway, 1996.)

Uma forma de representar o campo eléctrico é através das suas linhas de campo, as quais cumprem uma série de regras:

- O vector campo eléctrico é tangente às linhas de campo.
- O nº de linhas de campo por unidade de área que atravessam uma superfície perpendicular ao campo é proporcional à amplitude do campo nessa região.
- As linhas começam nas cargas positivas e terminam nas negativas (ou então começam ou acabam no infinito se a carga total não for nula).
- O nº de linhas que chegam ou partem de uma carga é proporcional à sua amplitude.
- As linhas não se cruzam.

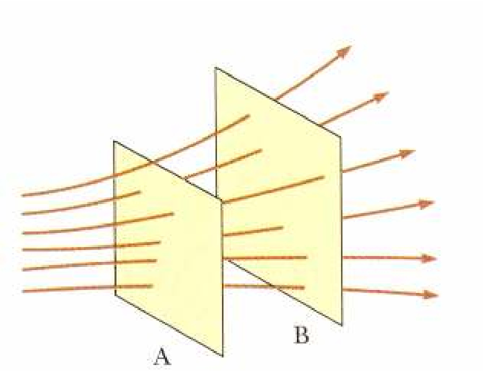

Figura 3 – Ilustração de como se representam as linhas de campo eléctrico no espaço. Através da imagem e tendo em conta o que foi escrito acerca das mesmas é possível concluir que a intensidade do campo eléctrico na superfície B é menor do que na superfície A (uma vez que o seu número por unidade de área é maior na primeira) e que as cargas positivas se encontram à esquerda da imagem ou, o que é equivalente, as cargas negativas se encontram à direita. (Retirado de R.A. Serway, 1996.)

1.3. Diferença de potencial

Uma outra grandeza importante no estudo da electricidade é a **diferença de potencial** ou, também denominada, **tensão**. A diferença de potencial é uma medida da energia necessária para mover uma carga no interior de um campo eléctrico e tem como unidade no SI o volt (V). Se o campo eléctrico for uniforme a diferença de potencial é dada pela expressão:

$$\Delta V = E.d \text{ ,}$$

Equação 4

onde E é a intensidade do campo e d a distância entre os dois pontos, medida perpendicularmente ao campo. Ou seja, tomando como referência a Figura 4, a diferença de potencial entre A e B é dada pelo produto do campo, pela distância entre A e C[2]. Ao recordar o que foi escrito relativamente às linhas de campo é fácil concluir que na Figura 4 o campo representado é uniforme, que as cargas positivas se encontram do lado esquerdo e, portanto, o potencial em A é positivo relativamente a B ou a C.

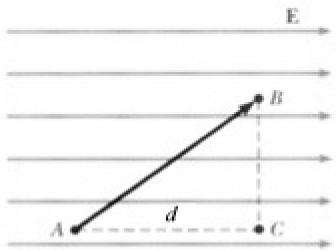

Figura 4 - Representação de um campo eléctrico uniforme e da grandeza *d* a que a Equação 4 alude. (Retirado de R.A. Serway, 1996.)

Observe-se que, deste modo, o campo eléctrico, para além de poder apresentar unidades N C^{-1}, também pode apresentar V m^{-1}.

Um outro aspecto importante da diferença de potencial é que pode ser vista como a energia eléctrica de uma carga pontual. Ou melhor, a expressão matemática que relaciona a diferença de potencial, V, e a energia eléctrica, U, de uma determinada carga q_0 é:

$$V = \frac{U}{q_0}$$

Equação 5

1.4. Campo magnético

A observação da existência de certos materiais, aos quais se veio a chamar magnéticos, que possuíam a capacidade de atrair espontaneamente outros corpos, veio a fazer desabrochar uma nova área da Física denominada Magnetismo.

Actualmente, sabe-se que existem essencialmente duas formas de gerar campos magnéticos[3]: ou através dessas substâncias – ímans; ou através de cargas em movimento. Esta última observação foi responsável por fazer juntar duas áreas até então separadas que eram a electricidade (relacionada com as cargas) e o magnetismo (relacionado com a propriedade anteriormente referida).

---

[2] Repare-se que o campo eléctrico, tal como a força, é uma grandeza vectorial exibindo, portanto, uma direcção e um sentido.

[3] Grandeza semelhante ao campo eléctrico, mas cuja natureza é magnética.

Também a existência de campos magnéticos é comprovada através da presença de um objecto de prova. Neste caso, não basta colocar uma partícula carregada em determinado local, mas é necessário que esta se encontre em movimento. Se, nestas circunstâncias, a carga ficar sujeita a uma força magnética, então é possível dizer-se que se está na presença de um campo magnético[4]. Na verdade, colocando uma carga eléctrica em movimento no interior de um campo magnético, observou-se o seguinte:

- A amplitude da força magnética a que a partícula fica sujeita é proporcional à sua carga e à sua velocidade.
- A amplitude da força magnética é proporcional à amplitude do campo magnético.
- Se a velocidade da partícula for paralela à direcção do campo, a força será nula.
- A força é perpendicular ao plano formado pela velocidade da partícula e pelo campo magnético.
- O sentido da força sobre uma carga positiva é o oposto ao que fica sujeita uma carga negativa.
- A amplitude da força é proporcional ao seno do ângulo formado pela velocidade e pelo campo magnético.
- Dão a ilusão de que o campo eléctrico é descontínuo.
- Aparecem como uma representação bi-dimensional de uma realidade tri-dimensional.

Ou seja, se as propriedades do produto externo entre vectores for recordado (ver ANEXO A) facilmente se conclui que estas observações conduzem à expressão:

$$\vec{F}_{mag} = q\vec{v} \times \vec{B},$$

Equação 6

sendo $\vec{F}_{mag}$ a força magnética a que fica sujeita uma partícula de carga q, animada de uma velocidade $\vec{v}$, sob a acção de um campo magnético $\vec{B}$.

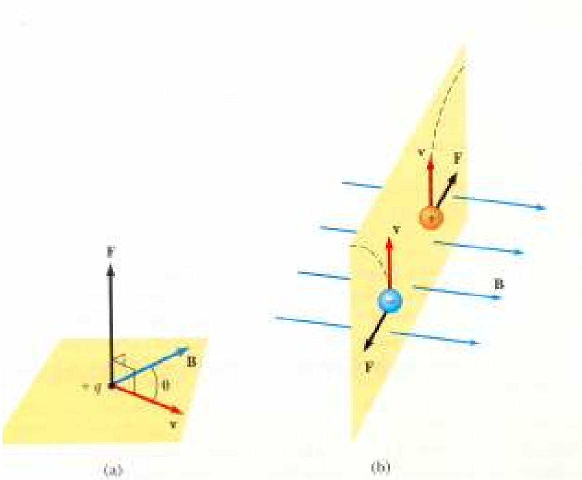

Figura 5 – a) Relação entre os vectores velocidade da carga, campo magnético e força magnética a que a carga fica sujeita. b) Alteração da velocidade da carga por acção dessa mesma força. (Retirado de R.A. Serway, 1996.)

---

[4] A unidade de campo magnético no SI é o Tesla (T).

A força magnética e o resultado dessa força em termos de modificação da velocidade da carga estão representados na Figura 5.Figura 5 – a) Relação entre os vectores velocidade da carga, campo magnético e força magnética a que a carga fica sujeita. b) Alteração da velocidade da carga por acção dessa mesma força.

Deve reparar-se que quando se compara a força eléctrica com a força magnética: i) a primeira é paralela ao campo eléctrico, a força magnética é perpendicular ao campo magnético; ii) a força eléctrica actua sobre cargas em repouso, enquanto que a força magnética actua sobre cargas em movimento; iii) a força eléctrica realiza trabalho ao deslocar uma partícula, a força magnética não (desde que o campo seja estacionário).

1.5. Corrente eléctrica

Ao movimento ordenado de um conjunto de cargas dá-se o nome de corrente eléctrica. Esta grandeza tem como unidade do SI o ampère (A) e é definida através da expressão:

$$I = \frac{q}{\Delta t},$$

Equação 7

ou seja, tem o significado de quantidade de carga, q, que passa num determinado ponto, por unidade de tempo, Δt.

Por convenção, estipulou-se que o sentido da corrente eléctrica é aquele que corresponde ao movimento das cargas positivas. Ou seja, nos metais, por exemplo, onde a corrente eléctrica se deve ao movimento de electrões livres, o sentido da corrente tem precisamente o sentido inverso ao do movimento das cargas.

A este respeito, deve referir-se que no que toca à capacidade de transportar cargas eléctricas, os materiais dividem-se em: i) condutores, como sendo aqueles que possuem cargas eléctricas livres; isolantes, os que têm dificuldade em transportar carga eléctrica e semi-condutores, aqueles que possuem propriedades intermédias.

Quando o estudo se centra nas correntes que são transportadas em condutores (em geral, metais que exibem electrões livres) estas podem ser essencialmente de dois tipos: contínua e ou alternada. Na primeira, o fluxo de electrões dirige-se sempre no mesmo sentido e é designada em muita bibliografia como corrente DC[5]. No segundo caso, a corrente diz-se alternada, o movimento dos electrões circulam ora num sentido ora noutro e é muitas vezes designada por corrente AC[6]. Um caso particular, e o mais vulgar no uso dos equipamentos eléctricos, é aquele que se obtém nas nossas casas ao qual se dá o nome de corrente alternada sinusoidal, dado que pode ser representada por uma função seno (Figura 6). Repare-se que ao valor absoluto máximo da corrente dá-se o nome de amplitude ou pico e ao dobro da amplitude denomina-se valor pico a pico. Em determinados contextos é ainda importante saber-se que o valor efectivo da corrente sinusoidal[7] é dado por 70.7% do seu valor máximo, ou seja (valor máximo/$\sqrt{2}$): e que o seu valor médio é de 63.6%.

1.6. Lei de Faraday

Na secção 1.4. foi referido que cargas em movimento criam um campo magnético no espaço. Ou seja, tendo em conta a definição de corrente eléctrica

[5] Do inglês Direct Current.

[6] Do inglês Alternating Current.

[7] O valor efectivo da corrente é aquele que produz os mesmos efeitos do ponto de vista de potência que provocaria uma corrente contínua de igual valor.

anteriormente dada, é possível dizer-se que uma corrente gera em torno de si um campo magnético. Este efeito observou Oersted pela primeira vez na sua célebre experiência, onde fez com que uma agulha magnética se orientasse noutra direcção que não a do pólo norte quando colocada próxima de um circuito eléctrico através do qual passava uma corrente (ver Figura 7). Uma outra ilustração deste fenómeno encontra-se na Figura 8, onde é mostrado um dispositivo que serve para mostrar um campo magnético gerado a partir de uma corrente. Nesta experiência observa-se limalhas de ferro espalhadas num plano perpendicular ao fio através do qual a corrente passa e que formam circunferências em torno desse mesmo fio. Assim, mesmo sem recorrer a expressões matemáticas, é fácil aceitar, observando estas demonstrações, que uma corrente eléctrica cria à sua volta um campo magnético cuja geometria é circular em torno da mesma. Sendo que o seu sentido é o seguinte: se uma corrente eléctrica percorrer um condutor linear de cima para baixo, gera-se um campo magnético cujo sentido é o contrário ao dos ponteiros do relógio (ver Figura 9).

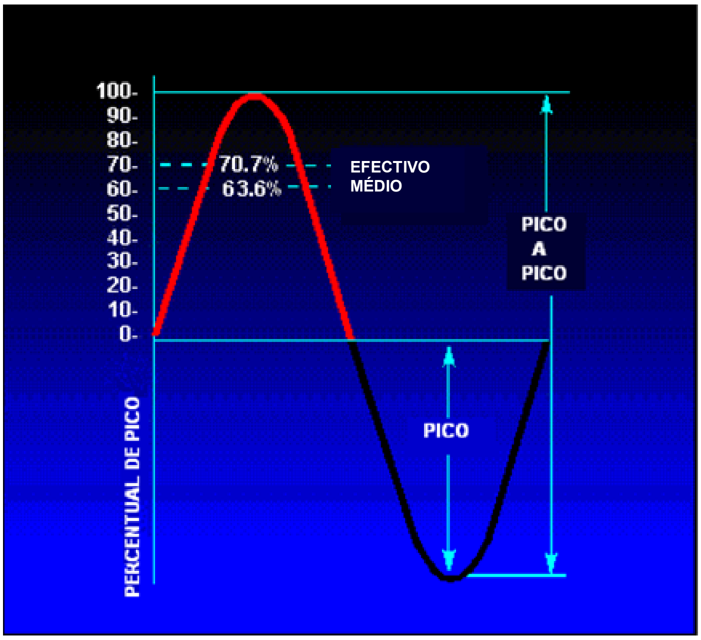

Figura 6 – Representação de uma corrente sinusoidal. No eixo dos xx está representada a corrente em termos percentuais, enquanto que no eixo dos yy o tempo. Na figura estão ainda ilustrados os valores da amplitude (pico); da corrente pico a pico; o valor médio da corrente e o seu valor efectivo (adapt. de: http://www.novaeletronica.net/curso/cap04.htm, a 24/9/2008)

Pode ainda acrescentar-se que, em termos de amplitude, o valor do campo varia inversamente à distância ao fio condutor. Em particular, se esse fio for considerado infinito a amplitude do campo $\left|\vec{B}\right|$, num determinado ponto virá dada pela Equação 8:

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{\mu_0 I}{2\pi R},$$

Equação 8

onde μ_0 é a permeabilidade do vácuo e tem o valor: $4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A, I é a corrente que percorre o fio e R a distância do ponto ao fio.

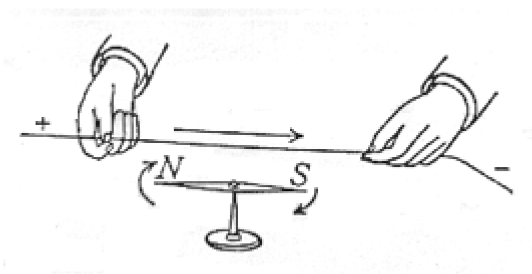

Figura 7 – Ilustração da Experiência de Oersted. (retirada de: http://arc.iki.rssi.ru/mirrors/stern/Education/whmfield.html, a 25 de Setembro de 2008)

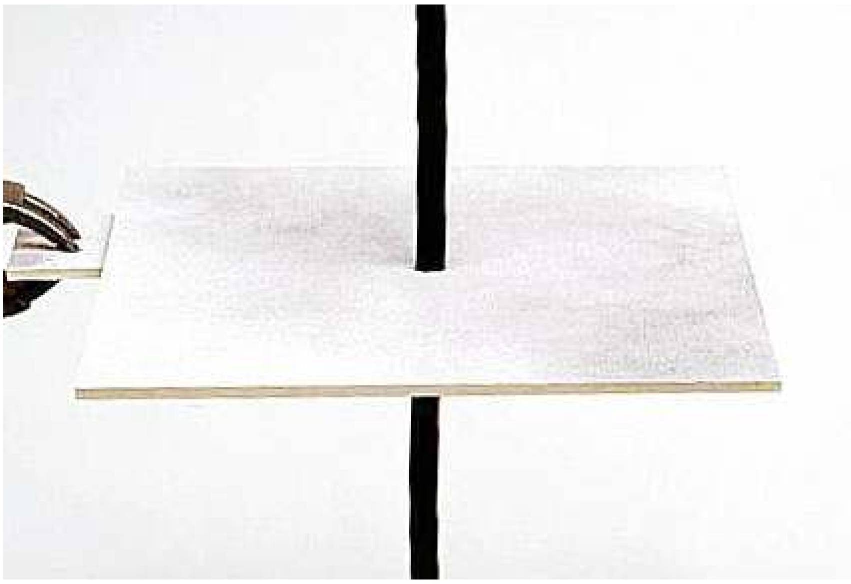

Figura 8 – Dispositivo para observar as linhas de campo provocadas por uma corrente que percorre um fio condutor, a partir da observação de limalhas de ferro espalhadas no plano perpendicular ao fio. (retirado de: http://www.dkimages.com/discover/Home/Technology/Electronics/Components/Electrical-Circuits/Unassigned/General-09.html, a 25 de Setembro de 2008.

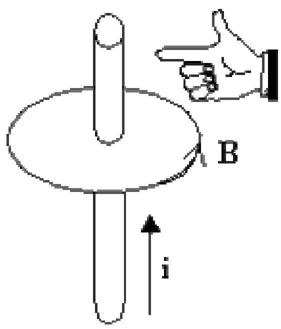

Figura 9 – Ilustração do sentido do campo criado por uma corrente que atrqavessa um fio condutor. (retirado de: http://www.if.ufrgs.br/tex/fis142/mod09/images/cap9f01.gif, a 25 de Setembro de 2008).

É o momento de referir que um dos encantos do electromagnetismo é a sua reciprocidade, se assim se pode chamar! Se, como se acabou de discutir, uma corrente eléctrica cria na sua proximidade um campo magnético, o contrário também é válido. Ou seja, a Lei de Faraday (descoberta por este cientista) descreve como é que a presença de campos magnéticos pode conduzir ao surgimento de correntes eléctricas.

Para compreender a essência desta lei pense-se no seguinte: se um condutor, no interior do qual não circulam cargas, se deslocar relativamente a um campo magnético estático, as suas cargas vão sofrer uma força que as impelirá a mover-se. Ou seja, cria-se uma corrente eléctrica, durante o tempo em que o condutor se estiver a mover. Atendendo a que o que importa é a velocidade relativa entre entidades, é evidente que a mesma corrente é criada se for o campo magnético que se mova relativamente ao condutor (ver Figura 10 e Figura 13). A este fenómeno dá-se o nome de **Indução Magnética**.

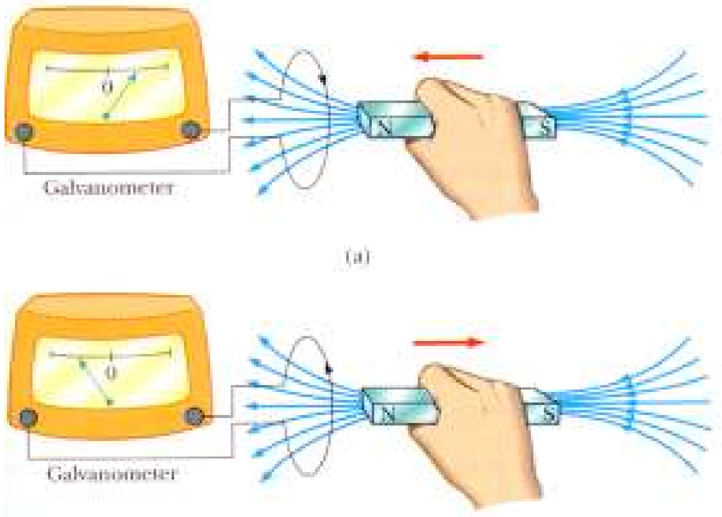

Figura 10 – Ilustração da Lei de Faraday. O movimento do íman na proximidade de um condutor provoca nele uma corrente. Observa-se ainda que a direcção da corrente é dependente do sentido do movimento (Lei de Lenz). (Retirado de R.A. Serway, 1996.)

Com o intuito de matematizar a Lei de Faraday é necessário introduzir o conceito de fluxo de campo magnético através de uma superfície. Antes de mais, e aliás como também já foi abordado no que toca ao campo eléctrico, é possível representar o campo magnético a partir das suas linhas. A partir da definição de linhas de campo define-se uma outra grandeza à qual se dá o nome de fluxo de campo e que é definido como o nº de linhas de campo que a atravessam. Matematicamente este é representado pela Equação 9:

$$\Phi_{mag} = \int \vec{B}.d\vec{A},$$

Equação 9

onde $\vec{B}$ é o campo magnético, A a superfície considerada e o vector ao qual esta grandeza está associado tem a direcção perpendicular a superfície no ponto que se estiver a considerar e o sentido de dentro para fora dessa mesma superfície.

Do ponto de vista de unidades no SI o fluxo magnético vem dado em Weber (Wb), pelo que é também possível considerar a unidade de campo como Wb/m^2.

Com base no conceito de fluxo magnético a Lei de Faraday pode ser reformulada dizendo-se que aos terminais de um condutor se gera uma diferença de potencial (e por conseguinte, uma corrente atravessa esse condutor) se o fluxo de campo magnético através da área circunscrita por esse condutor variar. Ou, matematicamente:

$$fem = -\frac{d\Phi_{mag}}{dt},$$

Equação 10

ou, mais precisamente, considerando a Equação 10, pode ainda ser enunciada da seguinte forma: "A força electromotriz (diferença de potencial) gerada por indução iguala, em valor absoluto, a taxa de variação do fluxo de campo magnético através da superfície delimitada pelo circuito".

Repare-se, por fim, no sinal '-' na expressão. Este indica que "a *fem* se opõe à causa que lhe deu origem". Que é a conhecida **Lei de Lenz**. Na verdade, é possível compreender que a corrente eléctrica gerada por indução a partir da variação do fluxo de campo magnético cria, ela própria, um campo, que se opõe à variação do primeiro.

1.7. Componentes eléctricos

Neste ponto deste primeiro capítulo torna-se importante introduzir alguns dos principais componentes utilizados em electricidade. Para tanto, a primeira constatação a fazer é que a intensidade de corrente que flui entre dois pontos num determinado material é proporcional à diferença de potencial entre esses dois pontos e dependente das propriedades desse material. Neste contexto, os materiais podem apresentar essencialmente três comportamentos[8]: resistivo, capacitivo e indutivo. A **resistência**, R, de um material mede a oposição que este faz à passagem da corrente eléctrica, tem como unidade SI o ohm (Ω) e define-se como a constante de proporcionalidade entre a diferença de potencial, V, e a corrente eléctrica, I:

$$V = RI\,.$$

Equação 11

À Equação 11 dá-se o nome de **Lei de Ohm** e, conjuntamente com as suas generalizações e a Lei da Conservação da Carga, encerra, certamente, a essência de todas as aplicações da electricidade e dos circuitos eléctricos[9].

As componentes eléctricas podem associar-se basicamente de duas formas: em série ou em paralelo (ver Figura 11). Prova-se que o resultado R_T da associação de duas resistências, R_1 e R_2, em série, é simplesmente a soma dessas duas resistências (Equação 12):

$$R_T = R_1 + R_2\,.$$

Equação 12

Este resultado é obtido considerando que a corrente é a mesma em todo o circuito (conservação da carga) e a aplicação da lei de Ohm. Da mesma forma é possível provar que a associação de duas resistências em paralelo cumpre a Equação 13:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\,.$$

Equação 13

[8] Na realidade, cada material exibe, numa certa medida, os três comportamentos, no entanto, em geral, um deles é predominante.

[9] Para a maioria dos autores, toda a teoria da electricidade se encontra resumida na expressão mais geral da Lei de Ohm, na Lei das Malhas e na Lei dos Nós, sendo estas duas últimas consequências directas da lei de conservação da carga.

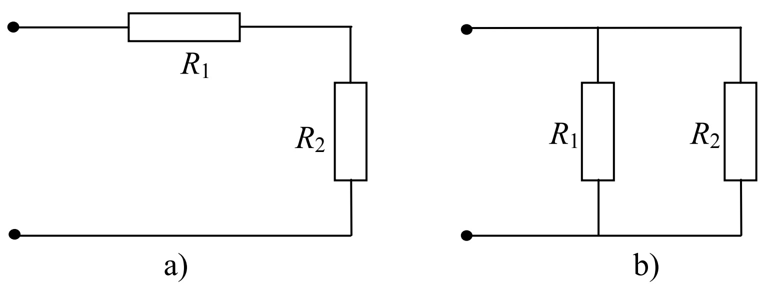

Figura 11 - Esquemas de a) um circuito formado por duas resistências em série b) de um circuito formado por duas resistências em paralelo.

Sempre que uma corrente eléctrica atravessa um material resistivo, uma parte da sua energia é transformada em calor. A **potência** dissipada por esta via depende linearmente da resistência do material, R, e quadraticamente da corrente que o atravessa, cumprindo-se a Equação 14:

$$P = RI^2 .$$

Equação 14

Um **condensador** é um outro componente eléctrico cuja principal característica é armazenar cargas eléctricas. O condensador mais simples é formado por duas placas condutoras entre as quais se encontra um material isolante (ver Figura 12). Verifica-se que, quando se estabelece uma diferença de potencial entre os condutores, V, existe uma acumulação de cargas em cada uma das placas (positivas numa delas e negativas na outra). Se Q for a quantidade de carga acumulada em cada uma das placas, cumpre-se a Equação 15:

$$Q = CV ,$$

Equação 15

onde a constante de proporcionalidade C é a **capacidade** do condensador, cuja unidade é o farad (F).

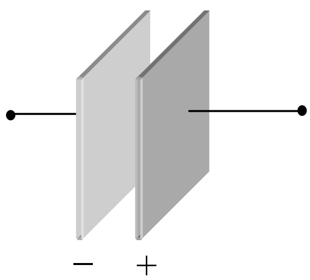

Figura 12 - Esquema de um condensador de placas.

No que respeita à associação de condensadores, e utilizando o raciocínio anteriormente referido, C_T, de dois condensadores C_1 e C_2 dispostos em série, cumpre a relação:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} .$$

Equação 16

Enquanto que a capacidade associada a dois condensadores dispostos em paralelo é igual à soma das capacidades de cada um deles.

A energia armazenada num condensador é, como seria de esperar, função da sua capacidade e da diferença de potencial entre os condutores:

$$E = \frac{1}{2}CV^2.$$

Equação 17

O **indutor**, por sua vez, é um componente que se opõe a mudanças na intensidade de corrente, de modo que a **indutância**, L, que mede essa oposição, é definida através da relação:

$$V = L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Equação 18

Onde V é a diferença de potencial nos terminais do indutor e a razão $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ mede a variação da corrente num intervalo de tempo Δt. A unidade SI da indutância é o henry (H) e a associação de indutores segue as mesmas regras que a associação de resistências.

1.8. Transformadores

A Lei de Faraday não teve apenas um enorme impacto ao nível conceptual, demonstrando, claramente, uma reciprocidade entre a possibilidade de uma corrente eléctrica gerar um campo magnético e este poder também gerar uma corrente eléctrica, mas também revolucionou a tecnologia permitindo a construção de geradores e motores eléctricos.

No contexto desta disciplina, uma das principais aplicações da indução magnética é a construção de transformadores (dispositivos que, basicamente, transformam uma dada diferença de potencial, noutra). Na Figura 13 encontra-se representado o princípio físico de um transformador. Se no solenóide da esquerda for introduzida uma corrente alternada i_1, o fluxo de campo que atravessa o solenóide da direita vai, também ele se alterando, criando uma nova corrente alternada i_2 nesse segundo solenóide.

É chegado o momento de fornecer mais algumas informações sobre o campo magnético criado por um solenóide e a forma como esse campo pode ser modificado. Antes de mais, através da Lei de Ampère (lei cuja dedução a aplicação a este caso em particular se encontra para além do que se pensa ser os objectivos desta disciplina) é possível deduzir o campo magnético criado no interior de um solenóide, com n espiras percorrido por uma corrente I e no interior do qual se encontra um meio com susceptibilidade magnética μ (Equação 19):

$$B = \frac{\mu n I}{l}.$$

Equação 19

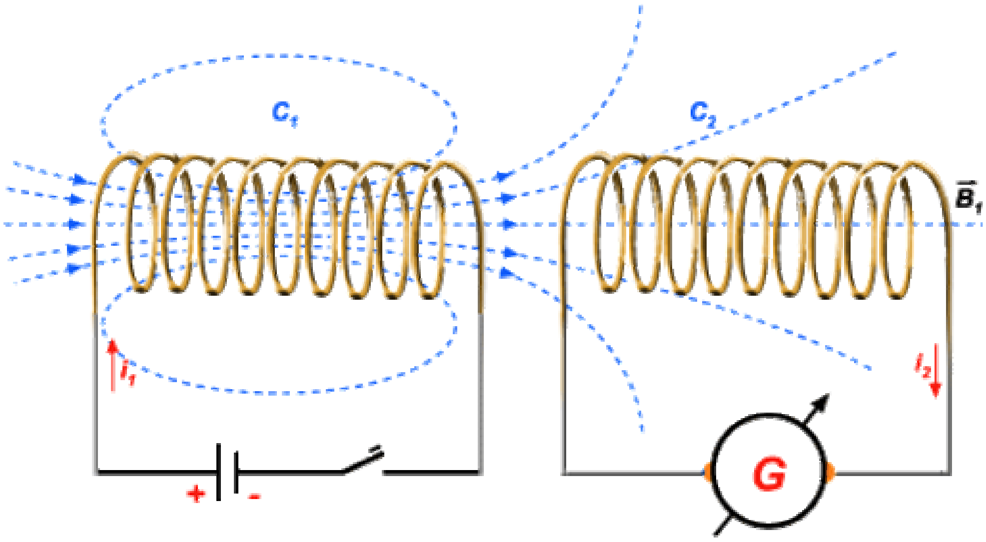

Figura 13 – Demonstração da forma como uma corrente eléctrica num solenóide pode gerar outra corrente eléctrica. (Retirado de: http://efisica.if.usp.br/eletricidade/basico/inducao/inducao_mut_entre_dois_circ/, em 28 de Setembro de 2008.)

Cumpre também dizer que quanto maior é a susceptibilidade magnética de um meio, maior é o seu poder de 'captar' as linhas de força magnéticas, daí que quanto maior esta for, maior será o campo magnético produzido pelo solenóide no seu interior.

Imagine-se, então o dispositivo representado na Figura 14 conhecido como transformador. De um dos lados de um toro de material com elevada susceptibilidade magnética (núcleo) são enroladas Np espiras aos terminais das quais é aplicada uma corrente alternada, o que corresponde a uma diferença de potencial alternada (o chamado primário do transformador). Do outro lado são enroladas Ns espiras. Como a corrente é alternada o fluxo magnético altera-se ao longo do tempo, induzindo uma corrente alternada no secundário (ver Equação 10).

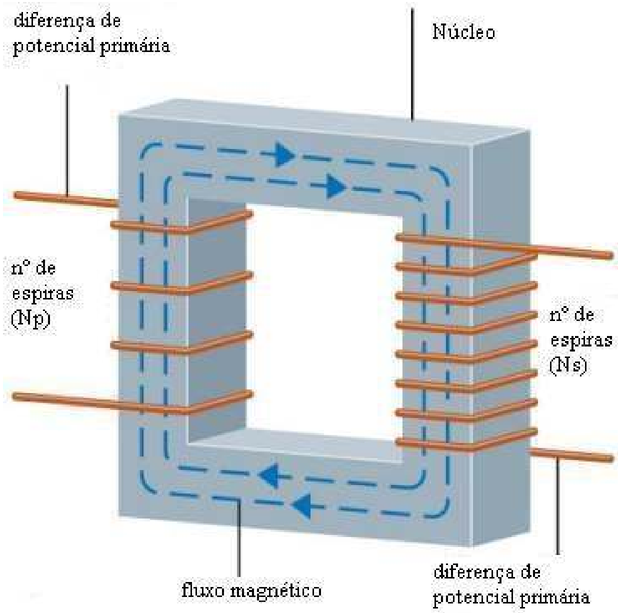

Figura 14 - http://br.geocities.com/saladefisica7/funciona/transformador41.jpg

Admitindo que o fluxo magnético circula apenas no núcleo do transformador, uma vez que este tem uma susceptibilidade magnética muito maior do que a do ar e aplicando a

$$B = \frac{\mu n I}{l}.$$

Equação 19, facilmente se verifica que:

$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{I_p}{I_s}.$$

Equação 20

Por outro lado, atendendo à Equação 10 e generalizando-a para *n* espiras, obtém-se:

$$fem = -n\frac{d\Phi_{mag}}{dt},$$

Equação 21

logo:

$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{V_s}{V_p}.$$

Equação 22

Dos resultados provenientes da Equação 20 e da Equação 22, conclui-se que a resistência equivalente do primário do transformador será diferente da resistência equivalente do secundário.

Resumindo, pode concluir-se que um transformador ideal é um equipamento que consegue aumentar ou reduzir a diferença de potencial, sem perda de potência.

ANEXO A – Revisão de alguns conceitos de Cálculo Vectorial

Como foi estudado em anteriores níveis de escolaridade Um vector é caracterizado por uma amplitude, uma direcção e um sentido, ao contrário de um escalar que é definido apenas por um número (amplitude). Ou seja, a distância percorrida, a temperatura e a massa são exemplos de escalares, enquanto que o deslocamento, a velocidade e a força são exemplos de vectores.

Sempre que é necessário localizar pontos no espaço, é necessário usar um sistema de coordenadas que envolve: uma origem (ponto fixo); um sistema de eixos e instruções para definir um ponto relativamente à origem e aos eixos. No sistema de coordenadas cartesianas (que é aquele que se torna mais intuitivo aos nossos sentidos é possível descrever um vector $\vec{A}$ esquematicamente:

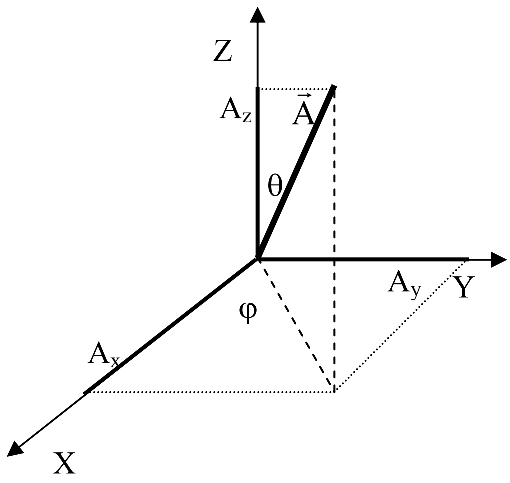

Figura 15 – Representação de um vector no espaço.

Ou analiticamente: $\vec{A} = A_x\vec{u}_x + A_y\vec{u}_y + A_z\vec{u}_z$

Relativamente às características dos vectores é ainda essencial lembrar que dois vectores são iguais se tiverem a mesma amplitude, direcção e sentido e que a adição de dois vectores $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ segue as regras gráficas do triângulo ou do paralelograma, que podem ser usadas indiscriminadamente, consoante o gosto do aluno.

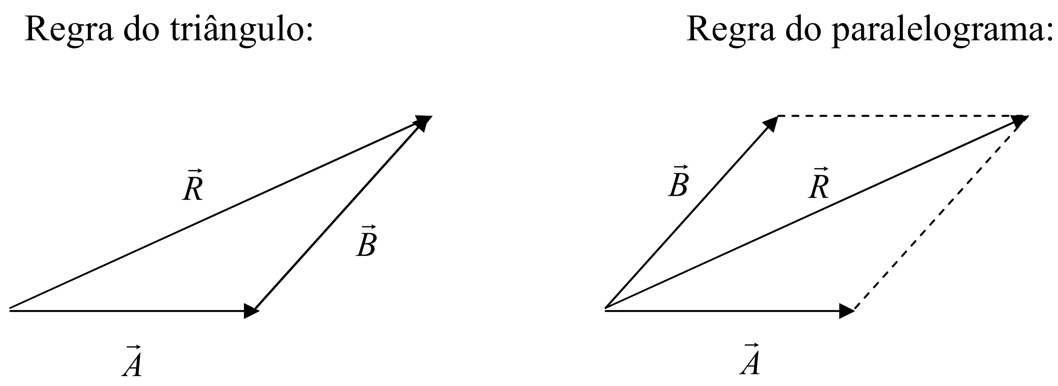

Figura 16 – Representação gráfica da regra do triângulo e da regra do paralelograma na adição de vectores

É também sabido que a adição de vectores é comutativa: $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$ e associativa: $(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$. E que o vector $-\vec{A}$ é o vector que tem a mesma amplitude e direcção que $\vec{A}$, mas sentido contrário:

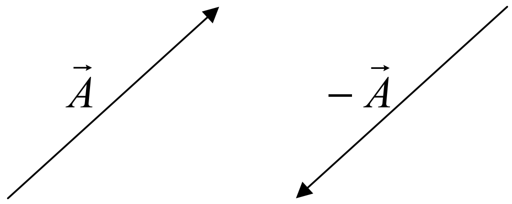

Figura 17 – Representação do simétrico de um vector.

O que permite na subtracção usar as mesmas regras que na soma.

Ainda com o objectivo de recapitular algumas noções sobre vectores, refira-se que multiplicar um escalar por um vector equivale a multiplicar a sua amplitude por esse escalar (se o escalar for negativo, o vector resultante tem o sentido contrário ao do vector inicial). E que, atendendo a que um vector pode ser expresso através das suas componentes:

$$\vec{A}=A_x\vec{u}_x+A_y\vec{u}_y+A_z\vec{u}_z$$

Equação 23

A soma (subtracção) de $\vec{A}$ com $\vec{B}$ pode ser calculada através da expressão:

$$\vec{R}=(A_x\pm B_x)\vec{u}_x+(A_y\pm B_y)\vec{u}_y+(A_z\pm B_z)\vec{u}_z$$

Equação 24

O produto interno entre dois vectores é um escalar dado por:

$$\vec{A}.\vec{B}=AB\cos\vartheta$$

Equação 25

sendo, A e B, as amplitudes dos vectores e ϑ o menor ângulo entre eles. Ou seja, o produto interno de $\vec{A}$ com $\vec{B}$ é a amplitude de $\vec{A}$ multiplicada pela projecção de $\vec{B}$ em $\vec{A}$. Tendo em conta a sua definição é possível demonstrar facilmente que o produto interno é comutativo: $\vec{A}.\vec{B}=\vec{B}.\vec{A}$, associativo: $(\vec{A}.\vec{B}).\vec{C}=\vec{A}.(\vec{B}.\vec{C})$ e distributivo relativamente à soma: $\vec{A}.(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}.\vec{B}+\vec{A}.\vec{C}$

Além disso, como facilmente se verifica, o produto interno entre dois vectores paralelos o produto das suas amplitudes e o produto interno entre dois vectores perpendiculares é zero:

Temos também que se $\vec{A}$ e $\vec{B}$ forem descritos como:

$$\vec{A}=A_x\vec{u}_x+A_y\vec{u}_y+A_z\vec{u}_z \qquad \vec{B}=B_x\vec{u}_x+B_y\vec{u}_y+B_z\vec{u}_z$$

o produto interno ente esses dois vectores é calculado através da expressão:

$$\vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Equação 26

Define-se versor, como o vector unitário relativo a uma dada direcção. Ou seja, o versor do vector $\vec{A}$ tem a expressão:

$$\text{vers}\vec{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{A_x}{|\vec{A}|}\vec{u}_x + \frac{A_y}{|\vec{A}|}\vec{u}_y + \frac{A_z}{|\vec{A}|}\vec{u}_z$$

Equação 27

onde as quantidades $\frac{A_x}{|\vec{A}|}$; $\frac{A_y}{|\vec{A}|}$; $\frac{A_z}{|\vec{A}|}$ são os cossenos directores do vector $\vec{A}$ (cosα, cosβ, cosγ).

Quanto ao produto externo de dois vectores é um vector cuja amplitude é dada por:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \operatorname{sen} \vartheta$$

Equação 28

sendo, A e B, as amplitudes dos vectores e ϑ o menor ângulo entre eles.

Quanto à sua direcção sabe-se que se: $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$, então: $\vec{C} \perp \vec{A}$ e $\vec{B}$

Como propriedades importantes do produto vectorial pode apontar-se:

1. $\vec{A} \times \vec{B} = -(\vec{B} \times \vec{A})$
2. $\vec{A} // \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \times \vec{B} = 0$
3. $\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \times \vec{B} = A.B$
4. É distributivo relativamente à soma:

As coordenadas cartesianas cumprem-se as seguintes regras:

$$\vec{u}_x \times \vec{u}_x = \vec{u}_y \times \vec{u}_y = \vec{u}_z \times \vec{u}_z = 0$$
$$\vec{u}_x \times \vec{u}_y = -\vec{u}_y \times \vec{u}_x = \vec{u}_z$$
$$\vec{u}_y \times \vec{u}_z = -\vec{u}_z \times \vec{u}_y = \vec{u}_x$$
$$\vec{u}_z \times \vec{u}_x = -\vec{u}_x \times \vec{u}_z = \vec{u}_y$$

Existindo uma regra prática, bastante útil no cálculo do produto externo entre dois vectores que se representa da seguinte forma:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} =$$

$$= (A_y B_z - A_z B_y)\vec{u}_x + (A_z B_x - A_x B_z)\vec{u}_y + (A_x B_y - B_x A_y)\vec{u}_z$$