

## 2. IMAGENS MÉDICAS

Como é sabido, as técnicas de imagem utilizam equipamentos extremamente sofisticados do ponto de vista técnico e informático, recorrendo a modelos físicos e matemáticos muito sofisticados. Por este motivo, este é um capítulo importante na cadeira de Física Médica, no qual se discutem a maioria das técnicas de imagem actualmente utilizadas na clínica.

As imagens médicas tornaram-se num meio de diagnóstico muito atraente para os médicos, uma vez que permitem, em geral com grande rigor, obter informação sobre os órgãos internos, sem recorrer à cirurgia. Por este motivo, são considerados pelo meio clínico como métodos não-invasivos, uma vez que dispensam a ablação dos tecidos. Deve, no entanto, estar-se alertado para o facto de algumas das técnicas de imagem envolverem a utilização de radiações que, embora não *cortem* os tecidos, têm sobre eles efeitos lesivos que devem ser considerados e, tanto quanto possível, minorados. São estes os argumentos utilizados pelos investigadores que evitam classificar algumas técnicas de imagem, nomeadamente as que utilizam radiação ionizante (raios-X e raios  $\gamma$ ), como técnicas não-invasivas.

Refira-se ainda que, actualmente, os diversos tipos de imagens médicas disponíveis em qualquer hospital permitem obter informação quantitativa tanto quanto à estrutura, como quanto à função dos diversos órgãos. Sendo importante atender aos aspectos clínicos apresentados pelo doente quando se pede ao radiologista um determinado tipo de imagem. É de notar, ainda, que esta área da Medicina é talvez aquela onde mais facilmente se reflecte a necessidade da interdisciplinaridade, sendo comum encontrar num serviço de radiologia, pessoal com diferentes tipos de formação como sejam, médicos, enfermeiros, técnicos, engenheiros electrotécnicos, físicos e informáticos.

### 2.1. FORMAÇÃO DE IMAGENS

#### *Resposta de um sistema linear*

Se pensarmos num sistema linear e o sujeitarmos a um determinado sinal de entrada,  $f(t)$ , à saída teremos um sinal,  $g(t)$ , que é a integração de todos os sinais de entrada num determinado intervalo,  $\Delta t'$ , pesados através da função  $h(t, t')$  que está relacionada com a resposta do sistema:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t')h(t, t')dt' \quad (2.1)$$

Em particular, a resposta a um impulso (função  $\delta$ ) ocorrido no instante  $t'_0$  vem dada por:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t' - t'_0)h(t, t')dt' = h(t, t'_0) \quad (2.2)$$

Isto significa que se soubermos a resposta de um sistema a uma função do tipo impulso, poderemos saber a resposta a qualquer sinal de entrada. Além disso, num sistema estacionário, a resposta é independente do instante em que o sinal é recebido, dependendo apenas da diferença entre os instantes  $t$  e  $t'$ :

(2.3)

De modo que a equação (2.1) toma a forma:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t')h(t-t')dt' \quad (2.4)$$

Que tem o nome de *integral de convolução* e é expresso, abreviadamente, por:

(2.5)

Se pensarmos, por exemplo, num sistema de alta-fidelidade, o argumento  $t-t'$  nunca é negativo ou, o que neste contexto significa o mesmo, a função  $h(t-t')$  é nula para valores de  $t'$  maiores que  $t$ . Já no que respeita às imagens esta aproximação não faz sentido, pois, uma vez que estamos a trabalhar com variáveis de posição o argumento é livre de possuir quaisquer valores.

Neste ponto é útil introduzir o teorema de convolução que diz o seguinte: Sejam  $C_h(\omega)$  e  $S_h(\omega)$  os coeficientes respeitantes aos termos em co-seno e em seno da transformada de Fourier da função  $h(t-t')$  e usando a mesma notação para os coeficientes de Fourier das funções  $f(t)$  e  $g(t)$ , são válidas as relações:

$$\begin{aligned} C_g(\omega) &= C_f(\omega)C_h(\omega) - S_f(\omega)S_h(\omega) \\ S_g(\omega) &= C_f(\omega)S_h(\omega) + S_f(\omega)C_h(\omega) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Pode fazer-se como exercício derivar estas expressões, bastando, para tanto, substituir em (2.4) as funções  $f(t)$  e  $h(t-t')$  pela sua transformada de Fourier.

Note-se que todo o formalismo da transformada de Fourier pode ser importado para as imagens desde que as variáveis possam ter um significado diferente. Assim, a frequência espacial passa a ter unidades de comprimento<sup>-1</sup>:  $f = 1/\lambda$ , onde  $\lambda$  é um comprimento de onda (o análogo ao período, no caso da variável tempo) e  $k$  é a frequência espacial angular (o análogo a  $\omega$ ) e que cumpre a relação:  $k=2\pi/\lambda$ .

Para compreender este conceito basta estabelecer uma analogia entre a noção de frequência temporal e a de frequência espacial. Na verdade, da mesma forma que quando uma determinada grandeza varia muito rapidamente no tempo, estamos na presença de uma frequência temporal elevada, também ao nível espacial se pode estabelecer o mesmo princípio. E assim, quando o brilho de uma imagem varia muito

rapidamente de um ponto para o outro, então está-se na presença de uma frequência espacial elevada.

*Aplicação do formalismo a duas dimensões*

Para a aplicação do formalismo da transformada de Fourier às imagens a duas dimensões é necessário expandi-lo a  $\mathfrak{R}^2$ :

$$f(x, y) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y [C(k_x, k_y) \cos(k_x x + k_y y) + S(k_x, k_y) \sin(k_x x + k_y y)] \quad (2.7)$$

onde os coeficientes são dados por:

$$\begin{aligned} C(k_x, k_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy f(x, y) \cos(k_x x + k_y y) \\ S(k_x, k_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy f(x, y) \sin(k_x x + k_y y) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Do mesmo modo, generalizando a teoria dos sistemas lineares para duas dimensões, uma imagem plana relativa ao objecto  $f(x', y')$  pode ser representada pela expressão:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') h(x, x', y, y') dx' dy' \quad (2.9)$$

E se, uma vez mais, for possível fazer a aproximação de a contribuição para imagem em  $(x, y)$ , de um objecto em  $(x', y')$  só depender das distâncias relativas:  $(x - x')$  e  $(y - y')$ , então a expressão anterior toma a forma:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') h(x - x', y - y') dx' dy' \quad (2.10)$$

Ou, o que é o mesmo:

$$g(x, y) = f(x, y) \otimes \otimes h(x, y) \quad (2.11)$$

E analogamente ao que se obteve para uma dimensão, são válidas as relações:

$$\begin{aligned} C_g(k_x, k_y) &= C_f(k_x, k_y) C_h(k_x, k_y) - S_f(k_x, k_y) S_h(k_x, k_y) \\ S_g(k_x, k_y) &= C_f(k_x, k_y) S_h(k_x, k_y) + S_f(k_x, k_y) C_h(k_x, k_y) \end{aligned} \quad (2.12)$$

*Aplicação do formalismo ao processamento de imagem*

Este formalismo é, de facto, extremamente útil no processamento de imagens. Veja-se o que acontece com um objecto no plano  $(x', y')$  que possua uma irradiância de  $L(x', y')$  variável de ponto para ponto e que passa por um sistema óptico do tipo *pinhole*. Admitindo que a parte desse objecto que passa pela fenda é  $dx', dy'$ , a quantidade de energia por unidade de tempo que a atravessa é  $I$ , dando origem à imagem no plano  $(x, y)$ .  $d\Omega$  é o ângulo sólido através do qual essa energia é irradiada.

Ora, numa situação ideal, essa potência luminosa seria focada numa área  $dx dy$ , mas num caso real, onde existem aberrações, difracção e dispersão, a relação entre a irradiância do objecto e a iluminância da imagem é:

$$E_{imagem}(x, y) = \iint L(x', y') h(x, y; x', y') dx' dy' \quad (2.13)$$

A função  $h(x, y; x', y')$  é chamada a função de espalhamento de ponto. Se o objecto for um ponto descrito por:  $L(x', y') = L\delta(x' - mx'_0)(y' - my'_0)$ , então a integração resume-se a:

$$E_{imagem}(x, y) = h(x, y; x'_0, y'_0) \quad (2.14)$$

O que significa que a função de espalhamento de ponto é o análogo na imagem bidimensional à resposta a um impulso a uma dimensão.

Estabelecendo, uma vez mais, um paralelismo entre a grandeza tempo e a grandeza espaço, o sistema diz-se invariante no espaço se a resposta a um objecto pontual depender apenas da diferença entre as coordenadas do objecto e da imagem. Assim, para um sistema invariante no espaço, a iluminância da imagem é dada por:

$$E_{imagem}(x, y) = \iint L(x', y') h(x - mx', y - my') dx' dy' \quad (2.15)$$

Que é uma convolução a duas dimensões e que, pelo teorema da convolução, cumpre:

$$\begin{aligned} C_{imagem}(k_x, k_y) &= C_{objecto}(k_x, k_y)C_h(k_x, k_y) - S_{objecto}(k_x, k_y)S_h(k_x, k_y) \\ S_{imagem}(k_x, k_y) &= C_{objecto}(k_x, k_y)S_h(k_x, k_y) + S_{objecto}(k_x, k_y)C_h(k_x, k_y) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Dá-se o nome de *Função Transferência Óptica* (OTF) à transformada de Fourier da função de espalhamento de ponto, caracterizada pelo coeficientes  $C_h(k_x, k_y)$  e  $S_h(k_x, k_y)$ . Dá-se ainda o nome de *Função Transferência de Modulação* (MTF) à amplitude da função transferência óptica:

$$\text{MTF}(k_x, k_y) = \left[ C_h^2(k_x, k_y) + S_h^2(k_x, k_y) \right]^{1/2} \quad (2.17)$$

E Função Transferência de Fase (PTF) à expressão:

$$\text{PTF}(k_x, k_y) = \arctan \frac{S_h(k_x, k_y)}{C_h(k_x, k_y)} \quad (2.18)$$

Note-se que estas funções transferência são, em geral, normalizadas, sendo divididas pelo seu valor relativo à frequência espacial zero. Além disso, repare-se que as funções transferência caracterizam o comportamento do sistema a várias frequências, pelo que poderão ser utilizadas como medidas de qualidade da imagem.

*Importância das frequências espaciais limite (máxima e mínima)*

Uma questão importante em todos os tipos de imagem é a sua gama de frequências espaciais. Pense-se num objecto de dimensão  $D$ , para aplicar o formalismo da transformada de Fourier usa-se o estratagema de imaginar esse objecto repetido indefinidamente com um “período”  $T$ , o que quer dizer espaçados de  $L$ . Então, nesse caso a menor frequência espacial presente nesse sistema será:  $k_0 = 2\pi / L$ , existindo frequências espaçadas de  $\Delta k = k_0$ . Para que não haja sobreposição do objecto é necessário que se cumpra:  $D < L$ , donde resulta a relação fundamental:

$$D < \frac{2\pi}{\Delta k} \quad (2.19)$$

Em termos práticos, o que esta relação indica é que a menor frequência espacial presente determina o tamanho do objecto.

Quanto à resolução espacial,  $\Delta x$ , tem o significado de distância mínima entre dois objectos pontuais que, na imagem, ainda aparecem distintos. Em termos formais, a resolução é definida através da expressão:

$$\Delta x = D / N$$

onde  $D$  é o comprimento da imagem e  $N$  o número de pontos de que ela é formada (para simplificação, considerou-se apenas uma dimensão, note-se, porém, que este conceito é facilmente generalizável a mais dimensões, podendo uma imagem exibir diferentes resoluções em cada uma das direcções do espaço).

Lembrando que numa imagem com  $N$  pontos é necessário o cálculo de  $N/2$  coeficientes relacionados com os co-senos e  $N/2$  coeficientes relacionados com os senos, então, a frequência espacial máxima presente é:  $k_{\max}$ , obtendo-se, então a expressão:

$$\Delta x = \frac{D\Delta k}{2k_{\max}} = \frac{\pi}{k_{\max}} \quad (2.20)$$

O que significa que a resolução é inversamente proporcional à frequência espacial mais elevada presente no sinal.

Assim, pelo que ficou expresso, quanto mais baixa for a menor frequência espacial presente, maior será o campo de visão; quanto mais alta for a maior frequência espacial presente, melhor será a resolução.

Para ilustrar o efeito da manipulação dos coeficientes de Fourier referentes a diferentes frequências observe-se as figuras 2.1 e 2.2. O que se verifica é que quando são retirados os coeficientes associados a frequências mais elevadas a imagem se torna ‘desfocada’, perdendo-se os seus contornos. Se, pelo contrário, se eliminar os coeficientes respeitantes às frequência mais baixas, enfatiza-se os contornos, mas perde-se a noção da forma.

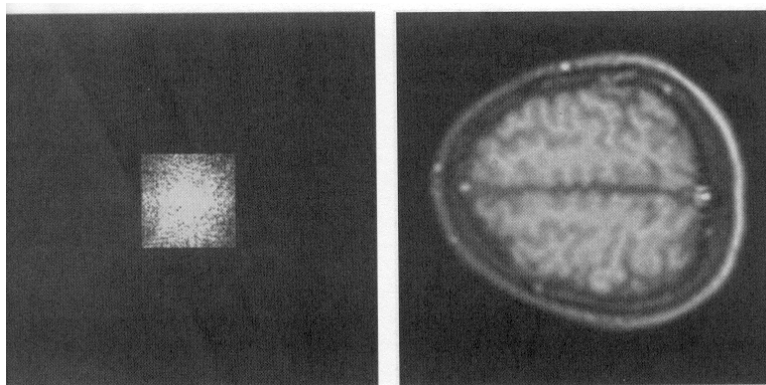


Figura 2.1 – Efeito de retirar as altas-frequências numa imagem cerebral. Nesta figura verifica-se que se perde não só resolução, como a informação detalhada sobre os contornos, aparecendo a imagem *desfocada*. (adapt. R.K.Hobbie, 1997)

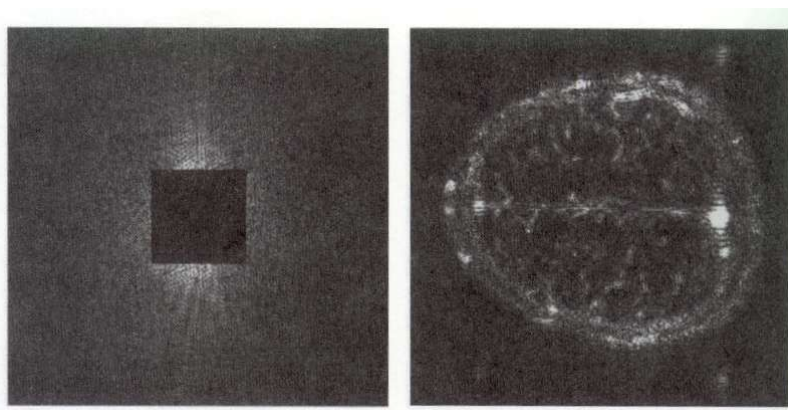


Figura 2.2 – Efeito de retirar as baixas frequências numa imagem cerebral. Nesta figura verifica-se que se perde a forma, o contraste e as diferentes gradações de brilho, enfatizando-se os contornos. (adapt. R.K.Hobbie, 1997)

É ainda de referir o efeito de igualar a zero os coeficientes de Fourier relativos a valores alternados de  $k_x$  e de  $k_y$ . Neste caso, como o tamanho da imagem se mantém constante e o número de frequências se reduz para metade, a imagem fica com *fantasma* que é um efeito semelhante ao de alisamento estudado anteriormente, quando se abordou a transformada de Fourier a uma dimensão (ver figura 2.3).

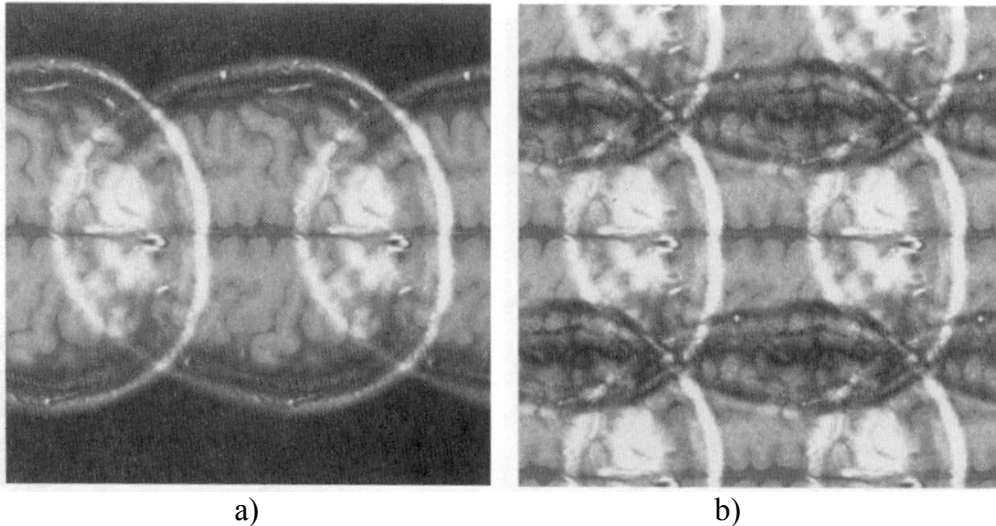
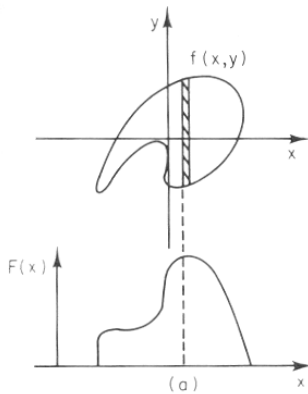


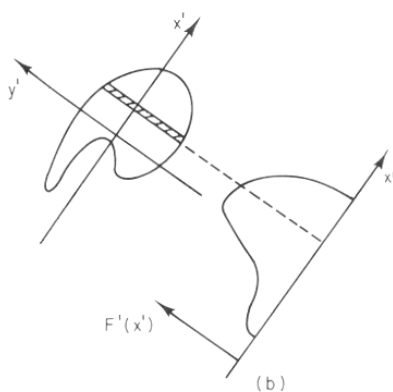
Figura 2.3 – Efeito de igualar a zero os coeficientes de Fourier relativos a valores alternados de  $k$ , a) apenas na dimensão  $x$ , b) na dimensão  $x$  e na dimensão  $y$ . (adapt. R.K.Hobbie, 1997)

### Reconstrução de imagens através da transformada de Fourier



O problema da reconstrução de imagens pode ser abordado da seguinte forma. Considere-se uma determinada função  $f(x, y)$  a duas dimensões. São feitas medidas que fornecem projecções dessa função, isto é, que fornece o integral dessa função ao longo de uma determinada linha, em função do deslocamento perpendicular a essa linha (ver figura 2.4 a)). Ou seja, se pensarmos numa integração paralela a  $y$ , obtém-se uma função em  $x$ :

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy \quad (2.21)$$



Este procedimento é repetido para diferentes ângulos  $\theta$ , colocando-se o problema de reconstruir a função  $f(x, y)$  com base nestas projecções (ver figura 2.4 b)).

Esta questão pode ser resolvida por diferentes técnicas, a este nível serão abordadas as de transformada de Fourier e de *Retroprojecção*<sup>1</sup>.

Figura 2.4 – Ilustração da projecção de uma imagem a) ao longo do eixo  $y$ , b) para um ângulo genérico. (adapt. R.K.Hobbie, 1997).

<sup>1</sup> Do Inglês: *Back Projection*.

Considere-se a transformada de Fourier a duas dimensões, equações (2.7) e (2.8). Veja-se o que acontece quando se considera  $k_y = 0$ :

$$C(k_x, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \cos(k_x x) \int_{-\infty}^{+\infty} dy f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \cos(k_x x) F(x) \tag{2.22}$$

$$S(k_x, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \sin(k_x x) F(x)$$

Onde  $F(x)$  é a projecção da função  $f(x, y)$  sobre o eixo do  $x$ , no sentido em que ela tem sido definida – equação (2.21). Do mesmo modo, chamar-se-á  $F_\vartheta$  à projecção da função  $f(x, y)$  sobre um eixo que faça um ângulo  $\vartheta$  com o eixo dos  $x$ .

As equações (2.22) significam, então, que a transformada de Fourier da projecção  $F(x)$  fornece os coeficientes da transformada de Fourier da função  $f(x, y)$  ao longo da linha  $k_y = 0$ . Aliás, verifica-se que a projecção  $F_\vartheta$  dá os coeficientes  $C$  e  $S$  num ângulo  $\vartheta$  com o eixo dos  $k_x$  (ver figura 2.5). Assim, obtém-se os coeficientes  $C$  e  $S$  no plano  $k_x, k_y$ , os quais poderão ser utilizados para calcular  $f(x, y)$ . Note-se que este procedimento envolve técnicas de interpolação, uma vez que os pontos onde se calcula os coeficientes são diferentes daqueles onde se pretende sabê-los (fig.2.6).

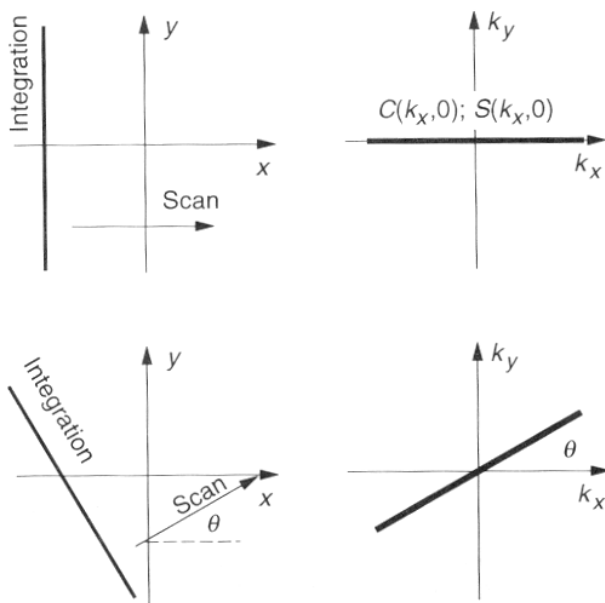


Figura 2.5 – Ilustração do facto de os coeficientes de Fourier da projecção segundo  $\vartheta$ , serem os coeficientes de Fourier do objecto para valores de  $k_y$  nulos. (adapt. R.K.Hobbie, 1997).

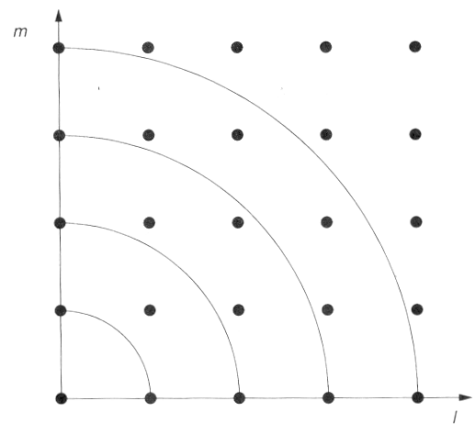


Figura 2.6 – Representação da necessidade de interpolar os valores de  $k$  nos locais representados por pontos, na técnica de reconstrução de imagem usando Transformada de Fourier. (adapt. R.K.Hobbie, 1997).

### Reconstrução de imagens a partir da técnica de retro projecção

Na técnica de retro projecção a primeira ideia é criar uma imagem da seguinte forma: para cada ponto considera-se todas as projecções e a imagem desse ponto é a soma de todas essas projecções (ver figura 2.7). É claro que esta imagem não é fidedigna, mas funciona como uma primeira aproximação.

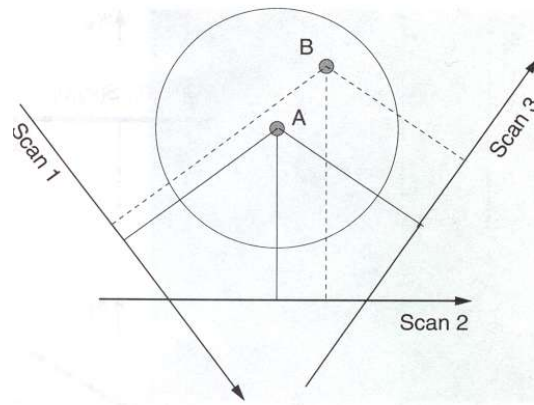


Figura 2.7 – Princípio da reconstrução da imagem por retroprojecção. (adapt. R.K.Hobbie, 1997).

Comece-se por verificar que as coordenadas do ponto  $(x,y)$  do objecto, no referencial da projecção  $x'Oy'$  se escrevem (ver figura 2.8):

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \vartheta + y \sin \vartheta \\ y' &= -x \sin \vartheta + y \cos \vartheta \end{aligned} \quad (2.23)$$

e que, portanto, a transformação inversa é:

$$\begin{aligned} x &= x' \cos \vartheta - y' \sin \vartheta \\ y &= x' \sin \vartheta + y' \cos \vartheta \end{aligned} \quad (2.24)$$

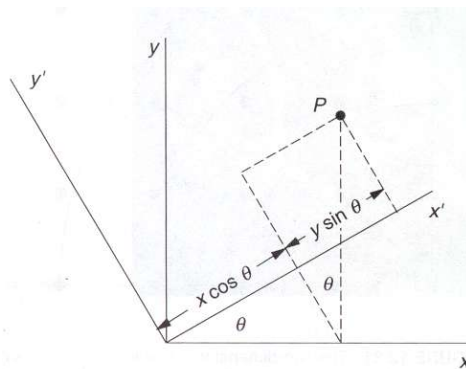


Figura 2.8 – Demonstração geométrica das relações (2.23). (adapt. R.K.Hobbie, 1997).

Uma vez que matematicamente a projecção sobre um determinado ângulo é a integração da função sobre o eixo  $y'$ , podemos definir a projecção como:

$$F_{\vartheta}(x') = \int f(x, y) dy' = \int f(x' \cos \vartheta - y' \sin \vartheta, x' \sin \vartheta + y' \cos \vartheta) dy' \quad (2.25)$$

Por outro lado, a função de retro projecção, tal como foi definida anteriormente, toma a forma matemática:

$$f_b(x, y) = \int_0^\pi F_\vartheta(x') d\vartheta \quad (2.26)$$

onde os limites de integração variam entre 0 e  $\pi$ , porque para ângulos maiores a projecção começa a repetir-se.

Em seguida irá demonstrar-se que a imagem assim obtida é equivalente a considerar a convolução do objecto sobre a função  $\delta$ , sendo  $r$  a distância de um ponto no objecto ao ponto correspondente na imagem (projecção).

Para simplificar, embora não se perca generalidade, comece-se por considerar a retro projecção na origem  $x' = 0$  em função do ângulo:

$$F_\vartheta(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(-y' \sin \vartheta, y' \cos \vartheta) dy' \quad (2.27)$$

Ou em termos do ângulo que o eixo  $x$  faz com o  $y'$ ,  $\vartheta$ :

$$F_\vartheta(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y' \cos \vartheta', y' \sin \vartheta') dy' \quad (2.28)$$

Como facilmente se verifica, as componentes são semelhantes às de um vector, pelo que se sugere que se passe a usar coordenadas esféricas:

$$F_\vartheta(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(r', \vartheta') dr' \quad (2.29)$$

Ou seja, passa-se a ter:

$$f_b(0,0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^\pi f(r', \vartheta') dr' d\vartheta' \quad (2.30)$$

Ou, o que é o mesmo, modificando os limites de integração:

$$f_b(0,0) = \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} f(r', \vartheta') dr' d\vartheta' \quad (2.31)$$

Para se obter a integração exactamente como nas coordenadas cartesianas é necessário fazer ainda a seguinte alteração:

$$f_b(0,0) = \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} \left( \frac{f(r', \vartheta')}{r'} \right) r' dr' d\vartheta' \quad (2.32)$$

Ou, tornando a passar para coordenadas cartesianas:

$$f_b(0,0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{f(x', y')}{(x'^2 + y'^2)^{1/2}} \right) dx' dy' \quad (2.33)$$

E passando para um ponto genérico (não necessariamente o da origem):

$$f_b(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{f(x', y')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2]^{1/2}} \right) dx' dy' \quad (2.34)$$

Ficou então provado o que se pretendia, ou seja que a imagem é dada pela convolução da função obtida a partir das projecções com a função  $1/r$ . No entanto, como já se tinha referido, a imagem assim obtida não é muito fiel. Portanto o que se pretende encontrar é a função que, após retroprojectada, corresponda, de facto, ao objecto em causa. Ou seja, a função  $g$  que cumpra:

$$f(x, y) = g_b(x', y') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(x', y')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2]^{1/2}} dx' dy' \quad (2.35)$$

Usando o teorema da convolução e resolvendo as duas equações em ordem a  $C_g$  e  $S_g$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} S_g &= \frac{C_h S_f - C_f S_h}{C_h^2 + S_h^2} \\ C_g &= \frac{C_h C_f + S_f S_h}{C_h^2 + S_h^2} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Observando que os coeficientes de Fourier da função  $1/r$  são dados por:

$$\begin{aligned} C_h(k_x, k_y) &= 2\pi (k_x^2 + k_y^2)^{-1/2} \\ S_h(k_x, k_y) &= 0 \end{aligned} \quad (2.37)$$

Então, obtém-se:

$$\begin{aligned}
C_g(k_x, k_y) &= \frac{1}{2\pi} (k_x^2 + k_y^2)^{1/2} C_f(k_x, k_y) \\
S_g(k_x, k_y) &= \frac{1}{2\pi} (k_x^2 + k_y^2)^{1/2} S_f(k_x, k_y)
\end{aligned}
\tag{2.38}$$

Usando as relações (2.22) verifica-se que:

$$F(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [C_f(k_x, 0) \cos(k_x x) + S_f(k_x, 0) \sin(k_x x)] dk_x \tag{2.39}$$

E, por outro lado:

$$G(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [C_g(k_x, 0) \cos(k_x x) + S_g(k_x, 0) \sin(k_x x)] dk_x \tag{2.40}$$

Usando as relações (2.38) para o caso particular de (2.40):

$$G(x) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} [C_f(k_x, 0) \cos(k_x x) + S_f(k_x, 0) \sin(k_x x)] |k_x| dk_x \tag{2.41}$$

Como este resultado é independente do eixo, ele deve ser válido para qualquer projecção. Podemos então encontrar uma função  $h(x)$  que convoluída com qualquer  $F_g(x)$  forneça a função desejada. Assim, da equação (2.41), retira-se que:

$$\begin{aligned}
C_g(k_x, k_y) &= \frac{1}{2\pi} |k_x| C_f(k_x, 0) \\
S_g(k_x, k_y) &= \frac{1}{2\pi} |k_x| S_f(k_x, 0)
\end{aligned}
\tag{2.42}$$

Se este resultado for comparado com (2.12), facilmente se verifica que:

$$\begin{aligned}
C_h &= |k_x| / 2\pi \\
S_h &= 0
\end{aligned}
\tag{2.43}$$

Donde se retira:

$$h(x) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |k_x| \cos(k_x x) dk_x \tag{2.44}$$

Atendendo a que o integral corresponde a uma função par, pode ser integrado entre 0 e infinito, o qual corresponde a uma frequência espacial máxima (dependente da circunstância em estudo), então a função toma a forma:

$$h(x) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{k_x \text{ máx}} k_x \cos(k_x x) dk_x = \frac{1}{(2\pi)^2} \left[ \frac{\cos(k_x x)}{x^2} + \frac{k_x \sin(k_x x)}{x} \right]_0^{k_x \text{ máx}} \quad (2.45)$$

$$= \frac{k_x^2 \text{ máx}}{(2\pi)^2} [2\text{sinc}(\xi) - \text{sinc}^2(\xi)]$$

onde  $\xi = k_{x\text{máx}}x$  e  $\text{sinc}(\xi) = \sin(\xi)/\xi$ .

Resumindo: cada projecção  $F_\theta$  é convoluída com  $h(x)$  e em seguida retroprojectada. A função assim encontrada é a imagem que se procura.

#### *Factores que influenciam a qualidade da imagem*

A *clareza* da imagem é uma medida da sua qualidade e é influenciada por quatro características fundamentais: *deformação*, *contraste*, *ruído* e *distorção*.

Quanto à **deformação**, esta pode ser devida a quatro factores: geométricos, referentes ao sujeito, ao receptor e ao movimento. O primeiro diz respeito à geometria do sistema. No caso das imagens de raios-X<sup>2</sup>, por exemplo, depende, fundamentalmente, do tamanho da fonte, das distâncias da fonte ao doente e deste ao receptor (ver figura 2.8).

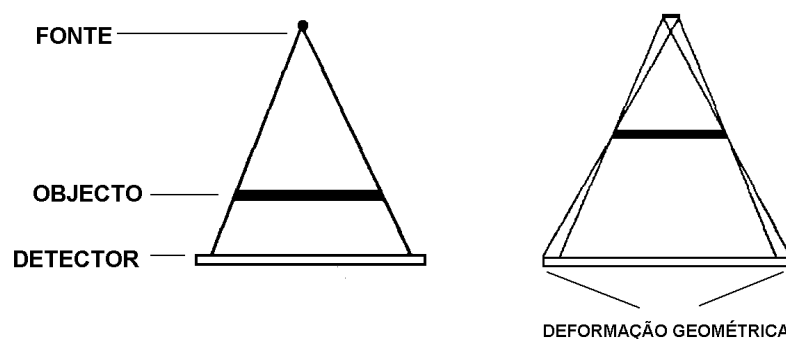


Fig. 2.8 – Nesta figura ilustra-se de que forma é que a geometria do sistema pode afectar a deformação da imagem. No esquema da esquerda os contornos do objecto são mantidos, uma vez que a fonte é pontual, o que já não acontece no esquema da direita, onde se verifica deformação da imagem. (adapt. W.R. Hendee, E.R. Ritenour, 1992).

Na deformação respeitante ao sujeito, há que reparar que os órgãos que se pretende representar não são delineados rigidamente por fronteiras, mas são distinguíveis da sua vizinhança por propriedades que se alteram progressivamente. Para além disso, a própria forma do objecto pode provocar deformação da imagem. Este efeito está apresentado na figura 2.9.

<sup>2</sup> Os exemplos de imagens referidos neste capítulo serão discutidos com maior detalhe mais adiante.

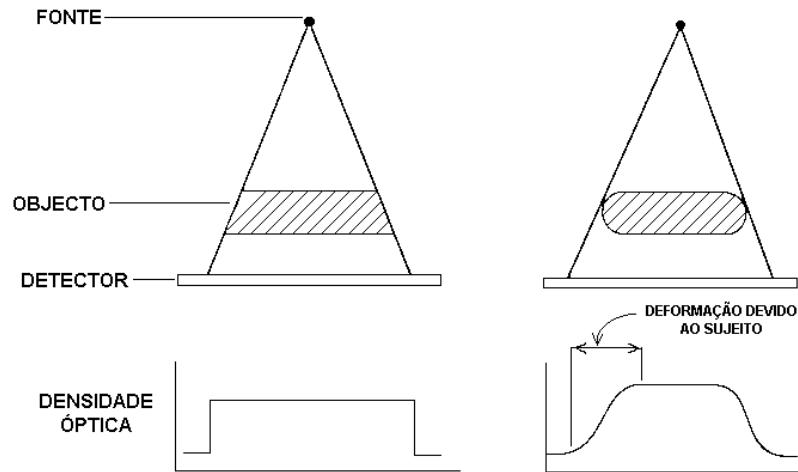


Fig. 2.9 – Ilustração de deformação relativamente ao objecto. Neste esquema torna-se claro a deformação sofrida pela imagem, devido à forma do objecto. (adapt. W.R. Hendee, E.R. Ritenour, 1992).

Por fim, a gravação da imagem envolve discretização (filme, monitor, chapas, etc.) que implica também aumento da deformação devido ao receptor.

A deformação devido ao movimento é fácil de se compreender, basta pensar que a imagem demora um determinado intervalo de tempo a ser obtida e se, durante esse tempo, o órgão em causa se mover, essa circunstância provoca alteração da sua forma.

Também o **contraste** possui quatro possíveis origens: pode ser intrínseco, devido à técnica de selecção, ao receptor e a agentes externos. O contraste intrínseco é dependente da natureza da imagem, por exemplo, nas imagens de raios-X depende do número atómico, da densidade e da espessura dos tecidos; em medicina nuclear depende da actividade, da distribuição dos elementos de traço e da espessura dos órgãos; em ecografia depende da velocidade do fluido, da densidade e da espessura dos tecidos e na ressonância magnética nuclear (RMN) depende da densidade protónica, dos tempos de relaxação e do fluxo. De modo que um órgão que contrasta pouco numa das técnicas pode contrastar bastante mais quando revelado através de outra.

A própria técnica pode ser otimizada de modo a enfatizar as diferenças entre os tecidos (escolha da energia de radiação nas radiografias, por exemplo, ou dos pulsos de frequência, no caso das imagens de RMN). Neste caso, o contraste é determinado pelas técnicas de selecção utilizadas.

Ao nível do receptor é possível melhorar o contraste através do uso de diversas estratégias: manipulação das características dos filmes de raios-X ou o uso de técnicas de processamento de imagem baseadas em programas computacionais (técnicas de filtragem, por exemplo, que já anteriormente foram referidas).

Por fim, é possível utilizar agentes de contraste externos, que, sendo substâncias injectadas no doente, se fixam num determinado órgão e aumentam o seu contraste relativamente à sua vizinhança.

No que respeita às fontes de **ruído**, estas podem ser classificadas em: de estrutura, de radiação, do receptor e devido ao carácter quantizado da informação recolhida. O ruído pode ser aumentado devido ao próprio órgão, desde que este possua estruturas que induzam em erro, conduzindo a interpretações erróneas. Este

factor é minorado nas tomografias, onde, pelo facto de se obter informação tri-dimensional, a situação de um tecido *mascarar* o outro é reduzida ao mínimo.

O ruído de radiação é todo aquele que é proveniente da fonte e que não contribui para a imagem. Tome-se como exemplo aquela que passa pelos colimadores, mas que não provém directamente da fonte, no caso das imagens de raios-X ou de medicina nuclear.

O próprio receptor pode não possuir uma sensibilidade uniforme em toda a sua extensão e, portanto, contribuir para o ruído da imagem.

O facto de a informação ser quantizada influi também ao nível do ruído, uma vez que, quando a estatística não é suficiente, a qualidade da imagem fica, obviamente, prejudicada.

Na clareza da imagem há ainda a considerar a **distorção**, quando a amplificação do objecto não é feita uniformemente (ver figura 2.10) e os **artefactos**, situações que ocorrem com maior ou menor frequência devido a diversos factores que alteram consideravelmente a imagem, mas fazem-no de uma forma esporádica e drástica, de tal modo, que, em geral, são facilmente reconhecidos e corrigidos ou eliminados. São exemplos de artefactos movimentos bruscos do corpo, que alteram completamente a imagem.

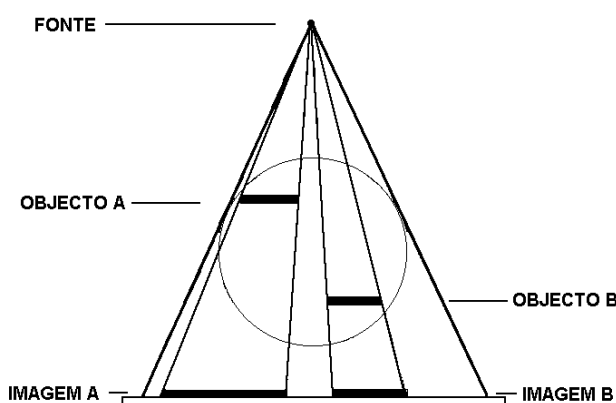


Fig. 2.10 – Efeito de distorção devido ao facto de diferentes estruturas se encontrarem a diferentes profundidades. Este efeito é reduzido ao mínimo nas tomografias, uma vez que a informação passa a ser tridimensional. (adapt. W.R. Hendee, E.R. Ritenour, 1992).

#### *Descrição da clareza da imagem*

Embora este ponto tenha já sido discutido anteriormente, pretende-se, a este nível, sistematizar as formas de quantificar a clareza da imagem. Assim, para este efeito pode considerar-se vários parâmetros:

- A função de espalhamento de ponto ou a sua análoga linear, função espalhamento de linha – permitem auferir a resolução espacial de um sistema.
- Função transferência de modulação – fornece informação sobre que gamas de frequência é que são transmitidas sem distorção e aquelas que sofrem alterações.